

أولاً :

الجبر

$$\begin{array}{ccccccc} \begin{array}{c} \textcolor{green}{2} \\ \downarrow \\ \textcolor{green}{3} \end{array} x^{\begin{array}{c} \textcolor{blue}{1} \\ \downarrow \\ \textcolor{blue}{2} \end{array}} & - & \begin{array}{c} \textcolor{green}{2} \\ \downarrow \\ \textcolor{green}{2} \end{array} xy & + & c \\ \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{\textcolor{red}{3}} & \uparrow \textcolor{purple}{4} & \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{\textcolor{red}{3}} & \uparrow \textcolor{purple}{4} & \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{\textcolor{orange}{5}} \end{array}$$



دائماً في العلى

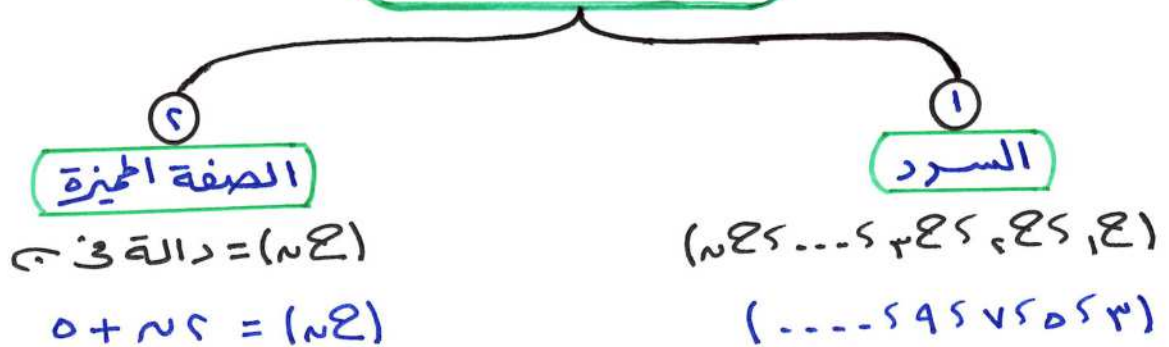
٠١٢٢٨٤٨٤٥٦٧

٠١١١٩٥٤٨٠٠

المتتابعات

المتتابعة الحقيقية هي دالة مجالها \mathbb{N}^+ أو مجموعة جزئية منها ومجالها المقابل \mathbb{R}
 $\therefore d : \{1, 2, 3, \dots\} \rightarrow \mathbb{R}$

طريقة كتابة المتتابعة



المتتابعة تكون



١ المتتابعة هي دالة مجالها

(P) n (U) n (H) n (S) n

٢ الحد الرابع في المتتابعة (n) حيث $n = \frac{n^2}{1+n}$ هو

(P) 2 (U) 5 (H) 9 (S) 5

٣ في المتتابعة $(n) = 3n - 1$ إذا كان $n = 4$ فإن $n =$

(P) 5 (U) 6 (H) 3 (S) 2

٤ في المتتابعة (nE) حيث $E = 1 + n$ $nE = 1 + n$ $nE = 1 + n$ إذا كان $n = 1$ فإن $E = 2$ --

١ ٢ ٣ ٤

٥ في المتتابعة (nE) حيث $E = n$ $(\frac{n}{2})$ صدها الخامس =

١ ٢ ٣ ٤

اكد الهام للمتتابعة يفر لكل الهام للمتتابعة بالرمز nE حيث E هو صورة العنصر الذي ترتيبه n في المتتابعة ويسمى بالتر النوني

تدريب ٢ أكتب اكد الهام من المتتابعات الآتية :-

١ $(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, \dots)$ $= nE$

٢ $(1, 3, 5, 7, 9, \dots)$ $= nE$

٣ $(\frac{1}{1}, \frac{2}{3}, \frac{3}{5}, \frac{4}{7}, \frac{5}{9}, \dots)$ $= nE$

٤ $(-\frac{1}{3}, -\frac{1}{5}, -\frac{1}{7}, -\frac{1}{9}, \dots)$ $= nE$

ملاحظات

١ إذا اختلفت إشارة كل حد عن إشارة الحد التالي له مباشرة فإنه المتتابعة تتكون متتابعة تذبذبية

٢ متتابعة فيبوناتشي هي $(nE) = (1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, \dots)$

قاعدتها هي $E + n = 1 + nE + nE$ لكن $n \geq 3$ صدها $1, 2, 3, 5, 8, 13, \dots$

٣ بعض المتتابعات ليس لها قاعدة معروفة وبالتالي ليس لها مخرج

٤ سوف يتم شرح أنواع المتتابعات بعد ذلك ويتم ايجار اكد الهام بسهولة

المتسلسلات

المطلقة $\sum_{i=1}^n a_i$

جمع مرور المتقابلة الخاصة بها

$$\sum_{i=1}^n a_i = a_1 + a_2 + \dots + a_n$$

$$\sum_{i=1}^{\infty} a_i = a_1 + a_2 + \dots$$

المتقابلة (a_n)

قائمة مرتبة من الحدود

$(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n)$ منتهية

(a_1, a_2, a_3, \dots) غير منتهية

تدريب ١

$$30 = 1 + 2 + 3 + \dots + 7 = \sum_{i=1}^7 i \quad (1)$$

$$29 = (1-7 \times 9) + \dots + (1-2 \times 9) + (1-1 \times 9) = \sum_{i=1}^7 (1-i \times 9) \quad (2)$$

ملاحظة يمكن استخدام الآلة الحاسبة لاجار الطائل السابقة

خواص عملية التجميع 3

$$20 = 10 \times 2 = 2 \sum_{i=1}^{10} 1 \quad (1) \quad \text{حيث } p \times n = p \sum_{i=1}^n 1$$

$$\sum_{i=1}^n p = p \sum_{i=1}^n 1 \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^n a_i \pm \sum_{i=1}^n b_i = \sum_{i=1}^n (a_i \pm b_i) \quad (3)$$

تدريب ٢

١ اكر الرابع في المتتابعة (n^2) هو $n + 2$ هو

٤ (٢) ٦ (٣) ١٦ (٤) ١٨ (٥)

٢ اكر الخامس في متتابعة الأعداد الطبيعية التي تقبل القسمة على ٥ هو

٥ (٢) ٢٥ (٣) ٢٠ (٤) ١٠ (٥)

٣ اكر النوني للمتتابعة $(1, 2, 4, 6, 9, 16, \dots)$ هو

n^2 (٢) n^2 (٣) n^2 (٤) n^2 (٥)

٤ مجموع المتلة $\sum_{i=1}^3 n^2 =$

١ (٢) ٣ (٣) ٦ (٤) ١٨ (٥)

٥ المتلة : $1 \times 5 + 2 \times 5 + \dots + 3 \times 5 + 4 \times 5 + 10 \times 5$ تكتب باستفرا من التجميع --

$\sum_{i=1}^5 n$ (٢) $\sum_{i=1}^5 n$ (٣) $\sum_{i=1}^5 n$ (٤) $\sum_{i=1}^5 n$ (٥)

٦ قيمة المتلة $\sum_{i=1}^3 (1 - n^3)$ تساوي

٦٢ (٢) ٧٠ (٣) ٧٥ (٤) ٧٧ (٥)

٦ قيمة المتلة $\sum_{i=1}^5 (n^2 - 1)$ =

٢٦ (٢) ٢٧ (٣) ١٢٦ (٤) ١١٢ (٥)

٧ قيمة المتلة $\sum_{i=1}^3 n^2$ تساوي

١٥ (٢) ٢٥ (٣) ٢٠ (٤) ٢٠ (٥)

المتابعة الحسابية

* نسمى المتتابعة (u_n) حسابية إذا كان: $u_{n+1} - u_n = \text{مقدار ثابت}$

لك $n \in \mathbb{N}$. يسمى المقدار الثابت أساس المتتابعة الحسابية S .

المتتابعة (u_n) تكون حسابية إذا وفقط إذا كان صيغتها العامة u_n دالة من الدرجة الأولى في n . ويكون أساسها $S = \text{معامل } n$.

ملحوظة

(تربيعاً) أي المتتابعات التالية حسابية ...

① $u_n = n^2 - 5n + 1$ ← ليست متتابعة حسابية دالة من الدرجة الثانية

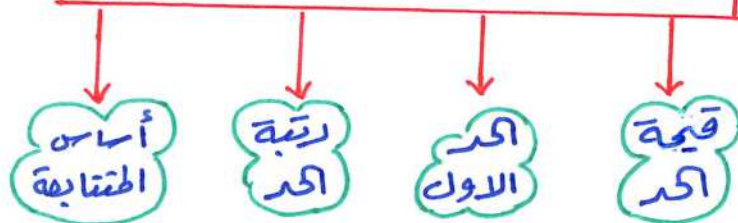
② $u_n = \frac{1}{n+2}$ ← ليست متتابعة حسابية دالة كسرية

③ $u_n = 3 \times 2^n + 1$ ← ليست متتابعة حسابية دالة أسية

④ $u_n = \frac{1}{n} - 5$ ← متتابعة حسابية دالة كثيرة حدود درجة أولى

الحالة العامة (النموذج) للمتتابعة الحسابية

$$u_n = S(1 - n) + P = nS$$



* الصورة العامة للمتتابعة الحسابية :

$(P < S + P < S_2 + P < S_3 + P < \dots < S_n + P)$ حيث l الحد الأخير

تدريب ٢ في المتقابلة الحسابية (١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧ ٨ ٩ ١٠) أو وجد :-

١ قيمة الحد العاشر ٢ رتبة الحد الذي قيمته تساوي ١٢١

٣ رتبة أول حد قيمته أكبر من ٣٠٠

الحل

الشرح الحد الأول $a = 1$

أساس المتقابلة $s = 4 - 3 = 1$

$$\begin{aligned} 300 &< n \cdot 4 \quad (3) \\ 300 &< 4(1-n) + 1 \\ 300 &< 4 - 4n + 1 \\ 300 &< 5 - 4n \\ 295 &< -4n \\ 73.75 &< n \\ 74 &= n \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 121 &= n \cdot 4 \quad (2) \\ 121 &= 4(1-n) + 1 \\ 121 &= 4 - 4n + 1 \\ 121 &= 5 - 4n \\ 116 &= -4n \\ 29 &= n \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 59 + 1 &= 10 \cdot 4 \quad (1) \\ 60 &= 40 \\ 20 &= 10 \end{aligned}$$

ملحوظة

- ١ لايجاد رتبة الحد الذي قيمته k $\rightarrow k = n \cdot 4$
- ٢ لايجاد رتبة أول حد موجب $\rightarrow 0 < n \cdot 4$
- ٣ لايجاد رتبة أول حد سالب $\rightarrow 0 > n \cdot 4$
- ٤ لايجاد رتبة أول حد قيمته $< k$ $\rightarrow k < n \cdot 4$
- ٥ لايجاد رتبة أول حد قيمته $> k$ $\rightarrow k > n \cdot 4$
- ٦ لايجاد عدد حدود المتقابلة $\rightarrow k = n \cdot 4$

تدريب ٣ في المتقابلة الحسابية (١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧ ٨ ٩ ١٠) أو وجد رتبة أول حد سالب

$$\begin{aligned} 40 &= p \\ 4 &= s \end{aligned}$$

$$0 > 4(1-n) + 1 \rightarrow$$

تدريب ٤ أوجد عدد حدود المتتابعة الحسابية (٩٥٢ ١٥٢ ١٠٢ ٥٢ ٩٥٢)

الحل

$$\begin{array}{l} 5 = p \\ 5 = s \\ 95 = d \end{array}$$

$$\begin{array}{l} n = 5 \\ \therefore L = s(1-n) + p \\ \therefore \end{array}$$

تدريب ٥ إثبت أنه لا يوجد حد قيمته ١٠٠ في المتتابعة الحسابية (..... ٢١٢ ١٧٢ ١٣٢ ٢١٢)

الحل

$$\begin{array}{l} 13 = p \\ 2 = s \\ 100 = n \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{نفرض } 100 = n \\ \therefore 100 = s(1-n) + p \\ \therefore \end{array}$$

تدريب للحلقة

١ عدد حدود المتتابعة الحسابية (٢٧١٢ ١٥٢ ١١٢ ٧٢ ٢٧١٢) هو

$$\begin{array}{l} \text{أ} ٣٤ \quad \text{ب} ٦٧ \quad \text{ج} ١٦٩ \quad \text{د} ٩٢١٢ \end{array}$$

٢ في المتتابعة الحسابية (..... ١٦٢ ١٢٢ ٨٢ ١٦٢) رتبة الحد الذي قيمته ١٠٢ ياوى

$$\begin{array}{l} \text{أ} ٤٦ \quad \text{ب} ٥١ \quad \text{ج} ٩٢ \quad \text{د} ٤٥ \end{array}$$

٣ المتتابعة الحسابية (..... ٧٢ ٥٢ ٣ ٧٢) حدها الكونى ياوى

$$\begin{array}{l} \text{أ} ٣٣ \quad \text{ب} ١ + ٣٣ \quad \text{ج} ٣ - ٣٣ \quad \text{د} ٣٣ \end{array}$$

٤ إذا كانت (٩٢ ٢٢ ٣٢ ٩٢) متتابعة حسابية فإنه $L =$

$$\begin{array}{l} \text{أ} ٩١ \quad \text{ب} ٣١ \quad \text{ج} ٩٥ \quad \text{د} ١٢٤ \end{array}$$

تعيين المتقايسة الحسابية

ترتيب ١ أوجد المتقايسة الحسابية التي صدها الثالث = ٨ وصدها السادس = ١٧

الحل

الشرح

$$17 = 6a$$

$$8 = 3a$$

$$\text{II} \longrightarrow 17 = 5a + p$$

$$\text{I} \longrightarrow 8 = 5a + p$$

بحل المعادلتين I و II $\Rightarrow 9 = p$ $3 = 5a$

\therefore المتقايسة هي $(\dots - 5 \ 8 \ 9 \ 14 \ 19 \ 24 \dots)$ #

ترتيب ٢ أوجد متقايسة حسابية فيها ١٤ + ٢٤ = ٩ و ٥٤ = ٢٤ أو صدها متقايسة

الحل

ترتيب ٣ متقايسة حسابية صدها الرابع = ١١ ومجموع صدها الخامس والسادس = ٤٠ أو صدها المتقايسة ثم أو صدها رتبة الحد الذي قيمته ١٥٢ في المتقايسة .

الحل

الشرح

$$11 = 4a$$

$$40 = 9a + 5a$$

$$40 = 5a + p + 5a + p$$

$$\text{II} \longrightarrow 40 = 5a + p$$

$$\text{I} \longrightarrow 11 = 5a + p$$

بحل المعادلتين I و II $\Rightarrow 9 = p$ $3 = 5a$

\therefore المتقايسة هي $(\dots - 5 \ 8 \ 9 \ 14 \ 19 \ 24 \dots)$

$152 = na$

$51 = n \therefore 152 = 3 \times (1 - n) + 9$

تدريب ٤ أوجد المتقايسة الحسابية التي حرها الخامس = ٢١ ، حرها العاشر يادى
ثلاثة أمثال حرها الثالث .

الحل

$$\begin{aligned} 2x &= 10x \\ (x+p)^2 &= 59+p \\ \text{II} \quad \text{---} \quad 0 &= 56-9x \end{aligned}$$

الشرح

$$\begin{aligned} 21 &= 0x \\ \text{I} \quad \text{---} \quad 21 &= 56+p \end{aligned}$$

حل المطارقتين I و II $\Rightarrow p = 9$ $x = 5$
∴ المتقايسة هى (٩ ١٢ ١٥ ١٨ ٢١ ٢٤ ٢٧)

تدريب ٥ أوجد المتقايسة الحسابية التي حرها السادس = ٢٠ ، الكسبة بين
مديها الرابع والعاشر كسبة ٤ : ٧

الحل

تدريب ٦ فتقايسة حسابية حرها الاول = ٣ ، ٣٩ = ٢٤ ، ٤٢ = ٢٩
فما قيمة n ؟ ثم أوجد المتقايسة .

الحل

الوسط الحسابي

* إذا كان a, b, c ثلاثة أعداد في تتابع حسابي فإنه يسمى وسط حسابي بين a و c ويكون: $b = \frac{a+c}{2}$ أي $a + c = 2b$

(تدريب ١) إذا كانت (a, b, c) متتابعة حسابية أوجد قيمة a

الحل

∴ a, b, c وسط حسابي بين a و c

$$b = \frac{a+c}{2} \Rightarrow 2b = a+c$$

$$2 = \frac{a+5}{2} \Rightarrow 4 = a+5$$

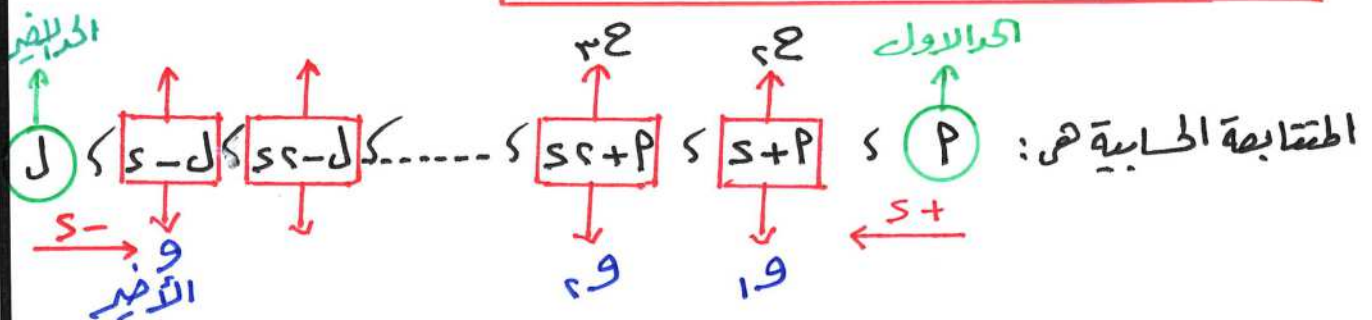
$$a = 4 - 5 = -1$$

الشرح

(تدريب ٢) إذا كان الوسط الحسابي بين a و b هو 8 ، والوسط الحسابي بين b و c هو 10 ، فأوجد قيمة a

الحل

* إدخال عدة أعداد حسابية بين a و b

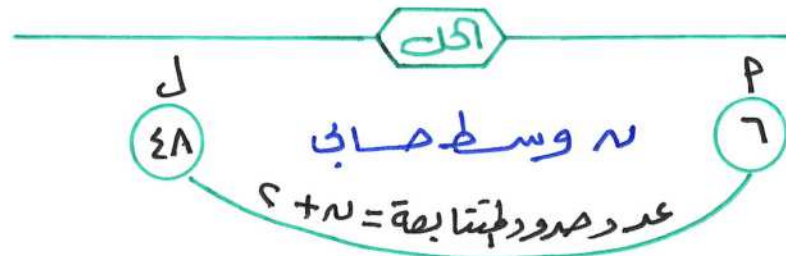


لاحظ الفرق ما بين a والوسط في المتقابلة الحسابية

$$5 + 9 = 14$$

$$3 + 11 = 14$$

تدريب ٣ أدخل ه أوساط حسابية بين ٦ ٨ ٥ ٤

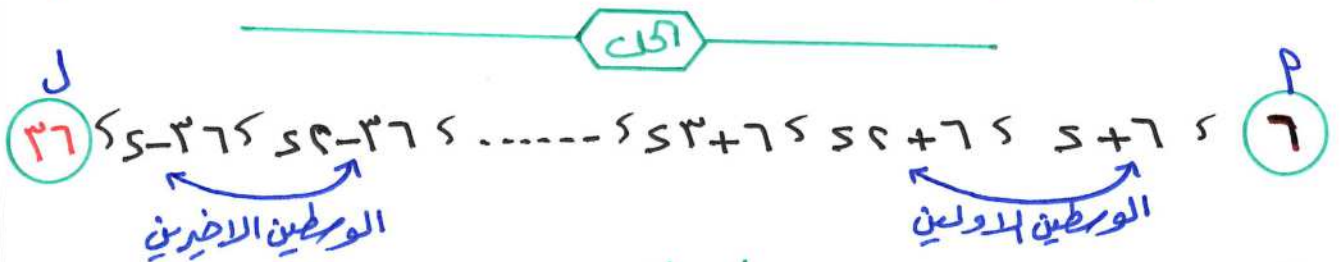


الشرح

∴ الأوساط هي
(١٣ ٥ ٩ ١٧ ٢٥ ٣٣ ٤١)

$$\begin{aligned} L &= n \cdot 2 \\ L &= 5(1-n) + 6 \\ 48 &= 5 + 6 \\ \boxed{n=5} \end{aligned}$$

تدريب ٤ إذا أدخلنا عدة أوساط حسابية بين ٦ ٩ ٦ ٣ وكانت المتتالية بين مجموع الوسطين الأولين إلى مجموع الوسطين الآخرين بين متتالية ١:٣ فما عدد الأوساط



نفرض عدد الأوساط = n
عدد الحدود = $9 + n$

$$\begin{aligned} L &= 9 + n \cdot 2 \\ 36 &= 3 \times (1 + n) + 6 \\ 9 &= n \\ \therefore \text{عدد الأوساط} &= 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} &= \frac{5 + 6 + 7 + 6}{5 - 36 + 9 - 36} \\ \frac{1}{3} &= \frac{5 + 12}{5 - 64} \\ \frac{1}{3} &= \frac{(5 + 12) \cdot 3}{(5 - 64) \cdot 3} \\ \boxed{3} &= 5 \end{aligned}$$

تدريب للطلبة

١ في أى متتابة حسابية الوسط الخامس هو واحد
 (أ) الخامس (ب) الرابع (ج) الثالث (د) السادس

٢ إذا كان الوسط الحسابي للعدد من ٢٦٢ هو ٢١ فإنه من =
 (أ) ٢٦ (ب) ١٦ (ج) ٤٢ (د) ٢١

٣ عند إدخال عدة أوساط حسابية بين ٢٢ و ٢١ يكون الوسط الأخير =
 (أ) $s - d$ (ب) d (ج) $s - d$ (د) $s + d$

٤ إذا كان P و s و P وسطين حسابيين بين s و s فإنه $\frac{s - s}{P - s} = \dots$
 (أ) ٢ (ب) ٣ (ج) ٤ (د) ٦

٥ بدأ كريم في قيادة دراجته البخارية من أعلى نقطة في منحدر فقطع في الثانية الأولى ١٠٠ سم وفي كل ثانية تالية بعد ذلك كان يقطع مسافة تزيد عن المسافة السابقة لها مباشرة بمقدار ١٢٠ سم وأجبر المسافة التي يقطعها في الثانية العاشرة .
 (١٨٠ سم)

٦ اشترى رجل دراجة بخارية وانفرد مع البائع أنه سيد ثمنها على أقساط شهرية تكون متتابة حسابية صدها الكون في ص ١٢٠ + ٨ فإذا كان القسط الأخير هو ١٢٠٠ جنيه أو صبر عدد هذه الأقساط .
 (١١١)

مجموع المتقايسة الحابية

$$[C + P] \frac{N}{c} = H - N$$

$$[S(1-N) + P_2] \frac{N}{c} = H - N$$

ملاحظات

- ١ لايجاد عدد الحدود التي تجعل المجموع موجباً $\leftarrow H - N < 0$
- ٢ لايجاد عدد الحدود التي تجعل المجموع سالباً $\leftarrow H - N > 0$
- ٣ لايجاد عدد الحدود التي تجعل المجموع أكبر ما يمكن \leftarrow عدد الحدود الموجبة
- ٤ لايجاد عدد الحدود التي تجعل المجموع أصغر ما يمكن \leftarrow عدد الحدود السالبة

ترتيب ١

أوجد مجموع الصلة حدود الأولى من المتقايسة الحابية (٥ ٨ ١١ ١٤ ١٧ ...)

الحل

$$\begin{aligned} 5 &= P \\ 3 &= S \\ 10 &= N \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore H - N &= [S(1-N) + P_2] \frac{N}{c} \\ 10 &= [3 \times 9 + 5 \times 2] \frac{1}{c} \end{aligned}$$

ترتيب ٢

أوجد مجموع المتقايسة الحابية (٤ ٩ ١٤ ١٩ ٢٤ ... ٧٤)

الحل

- الشرح
- (i) يجب معرفة عدد حدود المتقايسة
 - (ii) نوجد بعد ذلك المجموع من بيانات الحالة

$$[C + P] \frac{N}{c} = H - N \quad (ii)$$

$$[74 + 4] \frac{10}{c} = 10 - N$$

$$\therefore 10 - N = 10$$

$$(i) C = N - 2$$

$$C = S(1-N) + P$$

$$74 = 5 \times (1-N) + 4$$

$$74 = 5 - 5N + 4$$

$$74 = 1 - 5N$$

$$\therefore 10 = N$$



دائماً في العالني
٠١٢٢٨٤٨٤٥٦٧
٠١١١٩٥٤٨٠٠

تذریب

الشرع

(ii) $\Delta n = \infty$ والمطلوب n

$$1 \leq n \leq N \leq \infty \leq [N] \leq \infty = \dots$$

تذریب
۴

الشرع

∴ المتقابلة (١٣٤٩ - ١٣٥٢) --- (١٣٥٢ - ١٣٥٥)

تذریب
۵

أوجد أكبر عدد من الحدود بجملة أخذه من المتتابعة (٥٩١٢٤٦٧٨٩٠٠٠٠) ابتداءً من الحد الأول ليتولد المجموع موجباً .

$$\boxed{W = 2} \iff W_0 > 2 \therefore$$

مرجع به ٢٥ صفحا منه التراسى ، يحتوى الصفح الاول على ٢٠ كرسيا ، ويتقوى الصفح الثانى على ٢٢ كرسيا ويتقوى الصفح الثالث على ٢٤ كرسيا وهكذا ،
أوجده عدد التراسى فى جميع صفوف المرجع .

واضح أنه عدد التراسي على شغل متناظرة حسابية

$$H_{11} = \frac{1}{6} [2 \times 1 + 10 \times 2] = 4$$

يَذْكُرُ كَرِيمٌ مَعَهُ عَمَلُهُ الْيَوْمِ ١٥ جَنِيحاً فَإِذَا كَانَ يَذْكُرُ فِي كُلِّ يَوْمٍ مَبْلَغاً زَيْدٍ
بِمَقْدَارِ جَنِيحَيْنِ عَنِ الْيَوْمِ السَّابِقِ لَهُ مِثْلُهُ فَأَوْجِدَ كَجَمْعِ مَا يَذْكُرُهُ
خُرَاجَ ١٥ يَوْماً

الشرع

تدريب ٩

سقف جسم من ارتفاع ٤٩٠ متراً تمت تأثير الجاذبية الأرضية وبفرض احتمال المقاومة فإنه يقطع مسافة ٤,٩ متراً في الثانية الأولى، ١٤,٧ متراً في الثانية الثانية، ٢٤,٥ متراً في الثانية الثالثة وهكذا، أوجد:

- ١ المسافة التي يقطعها الجسم في الثانية السابعة
- ٢ مجموع المسافات المقطوعة في الثواني الثمانية الأولى
- ٣ متى يصل الجسم إلى سطح الأرض

الحل

الشرح

المسافات المقطوعة تكون متتالية

$$سابتية \quad ٩ = ٤,٩ \quad ١٤,٧ = ٥,٨$$

$$١ \quad ٥ + ٩ = ١٤$$

$$٩ = ٤,٩ + ٩,٨ = ١٣,٧ \text{ متر}$$

$$٢ \quad ١٣,٧ = \frac{١}{٩} [٩,٨ \times ٧ + ٤,٩ \times ٢] = ١٣,٧ \text{ متر}$$

$$٣ \quad ١٣,٧ = \frac{١}{٩} [٩(١-١) + ٩,٨ \times ٢]$$

$$[٩,٨ \times (١-١) + ٩,٨ \times ٢] \times \frac{١}{٩} = ١٣,٧$$

$$١٣,٧ = \frac{١}{٩} [٩,٨ - ١٣,٧ + ٩,٨] \times \frac{١}{٩} = ١٣,٧$$

تمتلك كريم محلاً تجارياً للسلع الغذائية ويقوم بترتيب علب لتونة في

صندوق بحيث يضع في الصف السفلي ١٢ علبة والصف الذي يليه ١١ علبة

والصف الذي يليه ١٠ علب وهكذا

١ أوجد عدد علب لتونة في الصف السابع

٢ في أي صف تكون علب لتونة ٣ علب؟

٣ أوجد عدد علب لتونة بدو أمه الصف الأول و متى الصف الأخير الذي يحتوي على علب واحدة

المتابعة الهندسية

تعريف

نسمى المتتابعة (ح_n) متتابعة هندسية إذا كان:
 $ح_{n+1} = ح_n \times ق$ مقدار ثابت
 لكل $n \in \mathbb{N}^+$ ، $ق \neq 0$
 يسمى المقدار الثابت أساس المتتابعة الهندسية (ق)

الحال العام للمتتابعة الهندسية

$$ح_n = ح_1 \times ق^{n-1}$$

* المتتابعة الهندسية صوريها هي ($ق < ح_1 < ح_2 < ح_3 < \dots < ح_n < \dots$)

تدريب ١

في المتتابعة الهندسية (٥ ، ١٠ ، ٢٠ ، ٤٠ ، ٨٠ ، ...) أوجد :
 ١) قيمة الحد السابع
 ٢) رتبة الحد الذي قيمته ٢٥٦٠

الحل

$$ق = \frac{١٠}{٥} = \frac{٢٠}{١٠} = \frac{٤٠}{٢٠} = ٢$$

الشرح (١) $ق = ٢$

١) $٢٥٦٠ = ح_n = ح_١ \times ق^{n-1}$

٢) $٢٥٦٠ = ح_n$

$$٢٥٦٠ = ح_١ \times ق^{n-1}$$

$$٢٥٦٠ = ح_١ \times ق^{n-1} \Rightarrow ٢٥٦٠ = ٥ \times ٢^{n-1} \Rightarrow ٢^{n-1} = \frac{٢٥٦٠}{٥} \Rightarrow ٢^{n-1} = ٥١٢ \Rightarrow ٢^{٩} = ٥١٢ \Rightarrow ٩ = n - ١ \Rightarrow \boxed{n = ١٠}$$

تدريب ٢

في المتتابعة الهندسية ($\frac{1}{١٢٨} < \frac{1}{٦٤} < \frac{1}{٣٢} < \dots$) أوجد رتبة الحد الذي قيمته $\frac{1}{٦٤}$

الحل

$$ق = \frac{1}{٦٤} \div \frac{1}{١٢٨} = \frac{١}{٦٤} \times \frac{١٢٨}{١} = \frac{٢}{١}$$

الشرح (١) $ق = \frac{١}{١٢٨}$

$$\frac{1}{٦٤} = ح_n = ح_١ \times ق^{n-1} \Rightarrow \frac{1}{٦٤} = \frac{1}{١٢٨} \times \left(\frac{١}{٢}\right)^{n-1} \Rightarrow \left(\frac{1}{٢}\right)^{n-1} = \frac{1}{٦٤} \times \frac{١٢٨}{١} \Rightarrow \left(\frac{1}{٢}\right)^{n-1} = ٢ \Rightarrow \left(\frac{1}{٢}\right)^{١٣} = \frac{1}{٢} \Rightarrow ١٣ = n - ١ \Rightarrow \boxed{n = ١٤}$$

تذایب
؟

(.....592-51557-53) (P)

$$(\dots, \frac{2}{9}, \frac{2}{3}, 1, \frac{2}{3}, \frac{2}{9}) \quad \textcircled{2}$$

⑦

$${}_1, 2, n \text{ لکھو } ({}_n^3) = ({}_n^2) \quad (9)$$

$$1 \leq n \text{ لکھو } (1 - \frac{1}{n}) = (\frac{n-1}{n}) \quad \textcircled{P}$$

③

0 ③ 1 ④

تدریب

الحل

الشرح

$$I \leftarrow A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} P \therefore$$

$$\boxed{r = \sqrt{r}} \Leftrightarrow r = \sqrt{r} \Leftrightarrow \frac{r^2}{r} = \frac{r^2}{r^2} \Leftrightarrow I \div II$$

تاریب
۴

تاریخ

الحمد لله

$$9 = 52 + 12 \therefore$$

$$q = \sqrt{p + p} \therefore$$

$$I \leftarrow q = (r+1)P$$

$$I \div II \Rightarrow \sqrt{36} = 6 \Rightarrow \boxed{3=2}$$

بالقول في $I \Rightarrow \boxed{3=2}$ \therefore المتطابقة هي (٣ ٦ ١٢ ٢٤ ٤٨ ٩٦ ١٩٢ ٣٨٤ ٧٦٨ ١٥٣٦ ٣٠٧٢ ٦١٤٤ ١٢٢٨٨ ٢٤٥٧٦ ٤٩١٥٢ ٩٨٣٠٤ ١٩٦٦٠٨ ٣٩٣٢١٦ ٧٨٦٤٣٢ ١٥٧٢٨٦٤ ٣١٤٥٧٢٨ ٦٢٩١٤٥٦ ١٢٥٨٢٩١٢ ٢٥١٦٥٨٢٤ ٥٠٣٣١٦٤٨ ١٠٠٦٦٣٢٩٦ ٢٠١٣٢٦٥٩٢ ٤٠٢٦٥٣٨٤ ٨٠٥٣٠٧٦٨ ١٦١٠٦١٥٣٦ ٣٢٢١٢٣٠٧٢ ٦٤٤٢٤٦١٤٤ ١٢٨٨٤٩٢٢٨ ٢٥٧٦٩٨٤٥٦ ٥١٥٣٩٦٩١٢ ١٠٣٠٧٣٨٢٤ ٢٠٦١٤٧٦٤٨ ٤١٢٢٩٥٢٩٦ ٨٢٤٥٩٠٥٩٢ ١٦٤٩١٨١٨٤ ٣٢٩٨٣٦٣٦٨ ٦٥٩٦٧٢٧٣٦ ١٣١٩٣٤٤٦٧٢ ٢٦٣٨٦٨٩٣٤٤ ٥٢٧٧٣٧٨٦٨٨ ١٠٥٥٤٧٥٧٣٧٦ ٢١١٠٩٥١٤٦٧٥٢ ٤٢٢١٩٠٢٩٣٥٠٤ ٨٤٤٣٨٠٥٨٧٠٠٨ ١٦٨٨٧٦١٧٥٤٠١٦ ٣٣٧٧٥٢٣٥٠٨١٢ ٦٧٥٥٠٤٧٠١٦٢٤ ١٣٥١٠٠٩٤٠٣٢٤٨ ٢٧٠٢٠١٨٨٠٦٤٨ ٥٤٠٤٠٣٧٦١٢٩٦ ١٠٨٠٨٠٧٥٢٢٥٩٢ ٢١٦١٦١٥٠٤٥١٨٤ ٤٣٢٣٢٣٠٠٩٠٣٦٨ ٨٦٤٦٤٦٠١٨٠٧٣٦ ١٧٢٩٢٩٢٠٣٦١٤٧٢ ٣٤٥٨٥٨٤٠٧٢٢٩٤٤ ٦٩١٧١٦٨١٤٤٥٨٨ ١٣٨٣٤٣٦٢٨٩١١٦ ٢٧٦٦٨٧٢٥٧٨٢٣٢ ٥٥٣٣٧٤٥١٥٥٦٤٦٤ ١١٠٦٧٤٩٠٣١١٢٩٢٨ ٢٢١٣٤٩٨٠٦٢٢٥٨٥٦ ٤٤٢٦٩٩٦٠٣٤٥١٧١٢ ٨٨٥٣٩٩٢٠٦٩٠٣٤٢٤ ١٧٧٠٧٨٤٠٣٨٠٦٨٨٤٨ ٣٥٤١٥٦٨٠٧٦٠٣٧٦٩٦ ٧٠٨٣١٣٦١٥٢٠٧٥٣٩٢ ١٤١٦٦٢٧٢٣٠٤١٠٧٠٧٦ ٢٨٣٣٢٥٤٤٦٠٨٢١٤١٤١٢ ٥٦٦٦٥٠٨٩٢١٦٤٢٨٢٨٢٤ ١١٣٣٣٠١٧٨٤٣٢٨٥٦٤٤٨ ٢٢٦٦٦٠٣٥٦٨٦٥٦٨١١٢ ٤٥٣٣٢٠٧١٣٧٣٣١٢٢٢٤ ٩٠٦٦٤١٤٢٧٤٦٦٢٤٤٨ ١٨١٣٢٨٢٨٥٤٨٩٢٥٦٨٩٦ ٣٦٢٦٥٦٥٧١٧٨٥١٣١٧٩٢ ٧٢٥٣١٣١١٤٣٥٧٢٦٢٦٣٨٤ ١٤٥٠٦٢٦٢٨٧١٥٤٥٢٥٦٧٦ ٢٩٠١٢٥٢٥٧١٤٢٨٥٧١٣٣٦ ٥٨٠٢٥٠٥١٤٢٨٥٧١٣٣٦ ١١٦٠٥٠١٠٢٨٥٧١٣٣٦ ٢٣٢١٠٠٢٠٥٧١٣٣٦ ٤٦٤٢٠٠٤٠٥٧١٣٣٦ ٩٢٨٤٠٠٨٠٥٧١٣٣٦ ١٨٥٦٨٠١٦٠٥٧١٣٣٦ ٣٧١٣٦٠٣٢٠٥٧١٣٣٦ ٧٤٢٧٢٠٦٤٠٥٧١٣٣٦ ١٤٨٥٤٤١٢٨٠٥٧١٣٣٦ ٢٩٧٠٨٨٢٥٦٠٥٧١٣٣٦ ٥٩٤١٧٦٥١٢٠٥٧١٣٣٦ ١١٨٨٣٥٢٢٤٠٥٧١٣٣٦ ٢٣٧٦٧٠٤٤٨٠٥٧١٣٣٦ ٤٧٥٣٤٠٨٩٦٠٥٧١٣٣٦ ٩٥٠٦٨١٧٩٢٠٥٧١٣٣٦ ١٩٠١٣٦٣٥٨٤٠٥٧١٣٣٦ ٣٨٠٢٧٢٧١٦٨٠٥٧١٣٣٦ ٧٦٠٥٤٥٤٣٣٦٠٥٧١٣٣٦ ١٥٢١٠٩٠٨٦٧٢٠٥٧١٣٣٦ ٣٠٤٢١٨١٧٣٤٤٠٥٧١٣٣٦ ٦٠٨٤٣٦٣٤٦٨٠٥٧١٣٣٦ ١٢١٦٨٧٢٩٣٦٠٥٧١٣٣٦ ٢٤٣٣٧٤٥٨٧٢٠٥٧١٣٣٦ ٤٨٦٧٤٩١٧٤٤٠٥٧١٣٣٦ ٩٧٣٤٩٨٣٤٨٠٥٧١٣٣٦ ١٩٤٦٩٧٦٧٣٦٠٥٧١٣٣٦ ٣٨٩٣٩٥٣٤٧٢٠٥٧١٣٣٦ ٧٧٨٧٩٠٦٩٤٤٠٥٧١٣٣٦ ١٥٥٧٥٨١٣٨٨٠٥٧١٣٣٦ ٣١١٥١٦٢٧٧٦٠٥٧١٣٣٦ ٦٢٣٠٣٢٥٥٥٢٠٥٧١٣٣٦ ١٢٤٦٠٦١١١٠٤٠٥٧١٣٣٦ ٢٤٩٢١٢٢٢٢٠٨٠٥٧١٣٣٦ ٤٩٨٤٢٤٤٤٤١٦٠٥٧١٣٣٦ ٩٩٦٨٤٨٨٨٨٣٢٠٥٧١٣٣٦ ١٩٩٣٦٩٧٧٧٦٦٤٠٥٧١٣٣٦ ٣٩٨٧٣٩٥٥٥٥٢٨٠٥٧١٣٣٦ ٧٩٧٤٧٩١١١١٠٥٧١٣٣٦ ١٥٩٤٩٨٢٢٢٢٢٠٥٧١٣٣٦ ٣١٨٩٩٦٤٤٤٤٤٠٥٧١٣٣٦ ٦٣٧٩٩٢٨٨٨٨٨٠٥٧١٣٣٦ ١٢٧٥٩٦٥٧٧٧٧٦٠٥٧١٣٣٦ ٢٥٥١٩٣١٥٥٥٥٤٠٥٧١٣٣٦ ٥١٠٣٨٦٣١١١١٠٥٧١٣٣٦ ١٠٢٠٧٧٢٦٢٢٢٢٠٥٧١٣٣٦ ٢٠٤١٥٤٥٢٤٤٤٤٠٥٧١٣٣٦ ٤٠٨٣٠٩٠٤٨٨٨٨٠٥٧١٣٣٦ ٨١٦٦١٨٠٩٧٧٧٦٠٥٧١٣٣٦ ١٦٣٣٢٣٦١٥٥٥٥٢٠٥٧١٣٣٦ ٣٢٦٦٤٧٢٣١١١٠٥٧١٣٣٦ ٦٥٣٢٩٤٤٦٢٢٢٢٠٥٧١٣٣٦ ١٣٠٦٥٨٩٢٤٤٤٤٠٥٧١٣٣٦ ٢٦١٣١٧٨٤٨٨٨٨٠٥٧١٣٣٦ ٥٢٢٦٣٦٦٩٧٧٦٠٥٧١٣٣٦ ١٠٤٥٢٧٣٦١٥٥٥٢٠٥٧١٣٣٦ ٢٠٩٠٥٤٧٢٣١١١٠٥٧١٣٣٦ ٤١٨١٠٩٤٤٦٢٢٢٢٠٥٧١٣٣٦ ٨٣٦٢١٨٨٩٢٤٤٤٠٥٧١٣٣٦ ١٦٧٢٤٣٧٨٤٨٨٨٠٥٧١٣٣٦ ٣٣٤٤٨٧٥٦٩٧٧٦٠٥٧١٣٣٦ ٦٦٨٩٧٥١٣٦١٥٥٢٠٥٧١٣٣٦ ١٣٣٧٩٠٢٧٢٣١١١٠٥٧١٣٣٦ ٢٦٧٥٨٠٥٤٤٦٢٢٢٢٠٥٧١٣٣٦ ٥٣٥١٦١٠٨٩٢٤٤٤٠٥٧١٣٣٦ ١٠٧٠٣٢٢١٧٨٤٨٨٠٥٧١٣٣٦ ٢١٤٠٦٤٣٦٣٦١٥٥٢٠٥٧١٣٣٦ ٤٢٨١٢٨٧٢٧٢٣١١١٠٥٧١٣٣٦ ٨٥٦٢٥٦٤٤٤٦٢٢٢٢٠٥٧١٣٣٦ ١٧١٢٥١٢٨٩٢٤٤٤٠٥٧١٣٣٦ ٣٤٢٥٠٢٥٧٨٤٨٨٠٥٧١٣٣٦ ٦٨٥٠٠٥١٥٦٩٧٧٦٠٥٧١٣٣٦ ١٣٧٠٠١٠٣١٦١٥٥٢٠٥٧١٣٣٦ ٢٧٤٠٠٢٠٦٣٢٣١١١٠٥٧١٣٣٦ ٥٤٨٠٠٤١٢٦٤٤٤٤٠٥٧١٣٣٦ ١٠٩٦٠٠٨٢٥٢٨٨٨٠٥٧١٣٣٦ ٢١٩٢٠١٦٥٠٥٧٧٦٠٥٧١٣٣٦ ٤٣٨٤٠٣٣٠١١٥٥٢٠٥٧١٣٣٦ ٨٧٦٨٠٦٦٠٢٣١١١٠٥٧١٣٣٦ ١٧٥٣٦١٣٢٠٤٦٢٢٢٢٠٥٧١٣٣٦ ٣٥٠٧٢٢٦٤٠٩٢٤٤٤٠٥٧١٣٣٦ ٧٠١٤٤٥٢٨٠١٨٤٨٨٠٥٧١٣٣٦ ١٤٠٢٨٩٠٤٠٣٦٩٧٧٦٠٥٧١٣٣٦ ٢٨٠٥٧٨٠٨٠٧٣٦١٥٥٢٠٥٧١٣٣٦ ٥٦١١٥٦١٦١٤٦٢٢٢٢٠٥٧١٣٣٦ ١١٢٢٣٢٣٢٢٩٢٤٤٤٠٥٧١٣٣٦ ٢٢٤٤٦٤٦٤٤٥٧٧٦٠٥٧١٣٣٦ ٤٤٨٩٢٩٢٨٩١٥٥٢٠٥٧١٣٣٦ ٨٩٧٨٥٨٥٧٨٣١١١٠٥٧١٣٣٦ ١٧٩٥٧١١٥٥٦٦٢٢٢٢٠٥٧١٣٣٦ ٣٥٩١٤٢٣١٣٢٣١١١٠٥٧١٣٣٦ ٧١٨٢٨٤٦٢٦٤٤٤٤٠٥٧١٣٣٦ ١٤٣٦٥٧٢٤٥٢٨٨٨٠٥٧١٣٣٦ ٢٨٧٣١٤٤٨٠٥٧٧٦٠٥٧١٣٣٦ ٥٧٤٦٢٨٩٦١٥٥٢٠٥٧١٣٣٦ ١١٤٩٢٥٧٣٢٣١١١٠٥٧١٣٣٦ ٢٢٩٨٥١٤٦٤٤٤٤٠٥٧١٣٣٦ ٤٥٩٧٠٢٩٢٨٩١٥٥٢٠٥٧١٣٣٦ ٩١٩٤٠٥٨٥٧٨٣١١١٠٥٧١٣٣٦ ١٨٣٨٠١١٥٥٦٦٢٢٢٢٠٥٧١٣٣٦ ٣٦٧٦٠٢٣١٣٢٣١١١٠٥٧١٣٣٦ ٧٣٥٢٠٤٦٢٦٤٤٤٤٠٥٧١٣٣٦ ١٤٧٠٤٠٩٢٥٢٨٨٨٠٥٧١٣٣٦ ٢٩٤٠٨١٨٥٠٥٧٧٦٠٥٧١٣٣٦ ٥٨٨١٦٣٦١٥٥٢٠٥٧١٣٣٦ ١١٧٦٣٢٣٢٢٩٢٤٤٤٠٥٧١٣٣٦ ٢٣٥٢٦٤٦٤٤٥٧٧٦٠٥٧١٣٣٦ ٤٧٠٥٢٩٢٨٩١٥٥٢٠٥٧١٣٣٦ ٩٤١٠٥٨٥٧٨٣١١١٠٥٧١٣٣٦ ١٨٨٢١١٥٥٦٦٢٢٢٢٠٥٧١٣٣٦ ٣٧٦٤٢٣١٣٢٣١١١٠٥٧١٣٣٦ ٧٥٢٨٤٦٢٦٤٤٤٤٠٥٧١٣٣٦ ١٥٢٥٦٨٥٠٥٧٧٦٠٥٧١٣٣٦ ٣٠٥١٣٦١٥٥٢٠٥٧١٣٣٦ ٦١٠٢٧٢٣١٣٢٣١١١٠٥٧١٣٣٦ ١٢٢٠٥٤٤٨٠٥٧٧٦٠٥٧١٣٣٦ ٢٤٤١٠٨٩٦١٥٥٢٠٥٧١٣٣٦ ٤٨٨٢١٧٣٢٢٩٢٤٤٤٠٥٧١٣٣٦ ٩٧٦٤٣٤٦٤٤٥٧٧٦٠٥٧١٣٣٦ ١٩٥٢٨٦٩٢٨٩١٥٥٢٠٥٧١٣٣٦ ٣٩٠٥٧٣٦١٥٥٢٠٥٧١٣٣٦ ٧٨١١٤٧٢٣١٣٢٣١١١٠٥٧١٣٣٦ ١٥٦٢٨٤٤٨٠٥٧٧٦٠٥٧١٣٣٦ ٣١٢٥٦٨٩٦١٥٥٢٠٥٧١٣٣٦ ٦٢٥١٣٧٩٢٢٩٢٤٤٤٠٥٧١٣٣٦ ١٢٥٢٢٧٨٤٤٤٥٧٧٦٠٥٧١٣٣٦ ٢٥٠٤٥٥٦٨٩١٥٥٢٠٥٧١٣٣٦ ٥٠٠٩١١٣٧٩٢٢٩٢٤٤٤٠٥٧١٣٣٦ ١٠٠١٨٢٢٧٣٦١٥٥٢٠٥٧١٣٣٦ ٢٠٠٣٦٤٥٤٨٠٥٧٧٦٠٥٧١٣٣٦ ٤٠٠٧٢٩٠٨٩١٥٥٢٠٥٧١٣٣٦ ٨٠١٤٥٨١٧٣٢٢٩٢٤٤٤٠٥٧١٣٣٦ ١٦٠٢٩١٦٣٦١٥٥٢٠٥٧١٣٣٦ ٣٢٠٥٨٣٢٦٤٤٤٥٧٧٦٠٥٧١٣٣٦ ٦٤١١٦٦٥٢٨٩١٥٥٢٠٥٧١٣٣٦ ١٢٨٢٣٣٠٥٧٣٦١٥٥٢٠٥٧١٣٣٦ ٢٥٦٤٦٦١١٤٦٢٢٢٢٠٥٧١٣٣٦ ٥١٢٩٣٢٢٢٩٢٤٤٤٠٥٧١٣٣٦ ١٠٢٥٨٦٤٤٤٥٧٧٦٠٥٧١٣٣٦ ٢٠٥١٧٢٨٩١٥٥٢٠٥٧١٣٣٦ ٤١٠٣٤٥٧٣٦١٥٥٢٠٥٧١٣٣٦ ٨٢٠٦٩١٤٦٢٢٩٢٤٤٤٠٥٧١٣٣٦ ١٦٤١٣٨٩٢٢٩٢٤٤٤٠٥٧١٣٣٦ ٣٢٨٢٧٧٨٤٤٤٥٧٧٦٠٥٧١٣٣٦ ٦٥٦٥٥٥٦٨٩١٥٥٢٠٥٧١٣٣٦ ١٣١٣١١٣٧٩٢٢٩٢٤٤٤٠٥٧١٣٣٦ ٢٦٢٦٢٢٧٣٦١٥٥٢٠٥٧١٣٣٦ ٥٢٥٢٤٥٤٤٤٥٧٧٦٠٥٧١٣٣٦ ١٠٥٠٤٩٠٨٩١٥٥٢٠٥٧١٣٣٦ ٢١٠٠٩٨١٧٣٢٢٩٢٤٤٤٠٥٧١٣٣٦ ٤٢٠١٩٦٣٦١٥٥٢٠٥٧١٣٣٦ ٨٤٠٣٩٢٧٢٢٩٢٤٤٤٠٥٧١٣٣٦ ١٦٨٠٧٨٤٤٤٥٧٧٦٠٥٧١٣٣٦ ٣٣٦١٥٦٨٩١٥٥٢٠٥٧١٣٣٦ ٦٧٢٣١٣٧٩٢٢٩٢٤٤٤٠٥٧١٣٣٦ ١٣٤٤٦٢٧٣٦١٥٥٢٠٥٧١٣٣٦ ٢٦٨٩٢٥٤٤٤٥٧٧٦٠٥٧١٣٣٦ ٥٣٧٨٥٠٨٩١٥٥٢٠٥٧١٣٣٦ ١٠٧٥٧٠١٧٣٢٢٩٢٤٤٤٠٥٧١٣٣٦ ٢١٥١٤٠٣٦١٥٥٢٠٥٧١٣٣٦ ٤٣٠٢٨٠٧٢٢٩٢٤٤٤٠٥٧١٣٣٦ ٨٦٠٥٦١٤٤٤٥٧٧٦٠٥٧١٣٣٦ ١٧٢١١٢٢٨٩١٥٥٢٠٥٧١٣٣٦ ٣٤٤٢٢٤٥٧٣٦١٥٥٢٠٥٧١٣٣٦ ٦٨٨٤٤٩١٤٦٢٢٩٢٤٤٤٠٥٧١٣٣٦ ١٣٧٦٨٨٢٩٢٢٩٢٤٤٤٠٥٧١٣٣٦ ٢٧٥٣٧٦٥٨٤٤٤٥٧٧٦٠٥٧١٣٣٦ ٥٥٠٧٥٣١٦٨٩١٥٥٢٠٥٧١٣٣٦ ١١٠١٥٠٦٣٦١٥٥٢٠٥٧١٣٣٦ ٢٢٠٣٠١٢٧٣٦١٥٥٢٠٥٧١٣٣٦ ٤٤٠٦٠٢٥٤٤٤٥٧٧٦٠٥٧١٣٣٦ ٨٨١٢٠٥٠٨٩١٥٥٢٠٥٧١٣٣٦ ١٧٢٢٤٠١٧٣٢٢٩٢٤٤٤٠٥٧١٣٣٦ ٣٤٤٤٨٠٣٦١٥٥٢٠٥٧١٣٣٦ ٦٨٨٩٦٠٧٢٢٩٢٤٤٤٠٥٧١٣٣٦ ١٣٧٧٩٠١٤٤٤٥٧٧٦٠٥٧١٣٣٦ ٢٧٥٥٨٠٢٨٩١٥٥٢٠٥٧١٣٣٦ ٥٥١١٦٠٥٧٣٦١٥٥٢٠٥٧١٣٣٦ ١١٠٢٣٠١١٤٦٢٢٩٢٤٤٤٠٥٧١٣٣٦ ٢٢٠٤٦٠٢٢٩٢٢٩٢٤٤٤٠٥٧١٣٣٦ ٤٤٠٩٢٠٤٥٧٣٦١٥٥٢٠٥٧١٣٣٦ ٨٨١٨٤٠٩١٤٦٢٢٩٢٤٤٤٠٥٧١٣٣٦ ١٧٢٣٦٠١٧٣٢٢٩٢٤٤٤٠٥٧١٣٣٦ ٣٤٤٧٢٠٣٦١٥٥٢٠٥٧١٣٣٦ ٦٨٩٤٤٠٧٢٢٩٢٤٤٤٠٥٧١٣٣٦ ١٣٧٨٨٠١٤٤٤٥٧٧٦٠٥٧١٣٣٦ ٢٧٥٧٦٠٢٨٩١٥٥٢٠٥٧١٣٣٦ ٥٥١٥٢٠٥٧٣٦١٥٥٢٠٥٧١٣٣٦ ١١٠٣٠٠١١٤٦٢٢٩٢٤٤٤٠٥٧١٣٣٦ ٢٢٠٦٠٠٢٢٩٢٢٩٢٤٤٤٠٥٧١٣٣٦ ٤٤١٢٠٠٤٥٧٣٦١٥٥٢٠٥٧١٣٣٦ ٨٨٢٤٠٠٩١٤٦٢٢٩٢٤٤٤٠٥٧١٣٣٦ ١٧٢٤٨٠١٧٣٢٢٩٢٤٤٤٠٥٧١٣٣٦ ٣٤٤٩٦٠٣٦١٥٥٢٠٥٧١٣٣٦ ٦٨٩٩٢٠٧٢٢٩٢٤٤٤٠٥٧١٣٣٦ ١٣٧٩٦٠١٤٤٤٥٧٧٦٠٥٧١٣٣٦ ٢٧٥٩٢٠٢٨٩١٥٥٢٠٥٧١٣٣٦ ٥٥١٩٢٠٥٧٣٦١٥٥٢٠٥٧١٣٣٦ ١١٠٣٦٠١١٤٦٢٢٩٢٤٤٤٠٥٧١٣٣٦ ٢٢٠٧٢٠٢٢٩٢٢٩٢٤٤٤٠٥٧١٣٣٦ ٤٤١٤٢٠٤٥٧٣٦١٥٥٢٠٥٧١٣٣٦ ٨٨٢٨٤٠٩١٤٦٢٢٩٢٤٤٤٠٥٧١٣٣٦ ١٧٢٨٨٠١٧٣٢٢٩٢٤٤٤٠٥٧١٣٣٦ ٣٤٥٧٦٠٣٦١٥٥٢٠٥٧١٣٣٦ ٦٩١٧٢٠٧٢٢٩٢٤٤٤٠٥٧١٣٣٦ ١٣٩٥٢٠١٤٤٤٥٧٧٦٠٥٧١٣٣٦ ٢٧٩٠٤٠٢٨٩١٥٥٢٠٥٧١٣٣٦ ٥٥٣٠٤٠٥٧٣٦١٥٥٢٠٥٧١٣٣٦ ١١٠٦٠٠١١٤٦٢٢٩٢٤٤٤٠٥٧١٣٣٦ ٢٢٠١٢٠٢٢٩٢٢٩٢٤٤٤٠٥٧١٣٣٦ ٤٤١٢٠٠٤٥٧٣٦١٥٥٢٠٥٧١٣٣٦ ٨٨٢٤٠٠٩١٤٦٢٢٩٢٤٤٤٠٥٧١٣٣٦ ١٧٢٤٨٠١٧٣٢٢٩٢٤٤٤٠٥٧١٣٣٦ ٣٤٥٧٦٠٣٦١٥٥٢٠٥٧١٣٣٦ ٦٩١٧٢٠٧٢٢٩٢٤٤٤٠٥٧١٣٣٦ ١٣٩٥٢٠١٤٤٤٥٧٧٦٠٥٧١٣٣٦ ٢٧٩٠٤٠٢٨٩١٥٥٢٠٥٧١٣٣٦ ٥٥٣٠٤٠٥٧٣٦١٥٥٢٠٥٧١٣٣٦ ١١٠٦٠٠١١٤٦٢٢٩٢٤٤٤٠٥٧١٣٣٦ ٢٢٠١٢٠٢٢٩٢٢٩٢٤٤٤٠٥٧١٣٣٦ ٤٤١٢٠٠٤٥٧٣٦١٥٥٢٠٥٧١٣٣٦ ٨٨٢٤٠٠٩١٤٦٢٢٩٢٤٤٤٠٥٧١٣٣٦ ١٧٢٤٨٠١٧٣٢٢٩٢٤٤٤٠٥٧١٣٣٦ ٣٤٥٧٦٠٣٦١٥٥٢٠٥٧١٣٣٦ ٦٩١٧٢٠٧٢٢٩٢٤٤٤٠٥٧١٣٣٦ ١٣٩٥٢٠١٤٤٤٥٧٧٦٠٥٧١٣٣٦ ٢٧٩٠٤٠٢٨٩١٥٥٢٠٥٧١٣٣٦ ٥٥٣٠٤٠٥٧٣٦١٥٥٢٠٥٧١٣٣٦ ١١٠٦٠٠١١٤٦٢٢٩٢٤٤٤٠٥٧١٣٣٦ ٢٢٠١٢٠٢٢٩٢٢٩٢٤٤٤٠٥٧١٣٣٦ ٤٤١٢٠٠٤٥٧٣٦١٥٥٢٠٥٧١٣٣٦ ٨٨٢٤٠٠٩١٤٦٢٢٩٢٤٤٤٠٥٧١٣٣٦ ١٧٢٤٨٠١٧٣٢٢٩٢٤٤٤٠٥٧١٣٣٦ ٣٤٥٧٦٠٣٦١٥٥٢٠٥٧١٣٣٦ ٦٩١٧٢٠٧٢٢٩٢٤٤٤٠٥٧١٣٣٦ ١٣٩٥٢٠١٤٤٤٥٧٧٦٠٥٧١٣٣٦ ٢٧٩٠٤٠٢٨٩١٥٥٢٠٥٧١٣٣٦ ٥٥٣٠٤٠٥٧٣٦١٥٥٢٠٥٧١٣٣٦ ١١٠٦٠٠١١٤٦٢٢٩٢٤٤٤٠٥٧١٣٣٦ ٢٢٠١٢٠٢٢٩٢٢٩٢٤٤٤٠٥٧١٣٣٦ ٤٤١٢٠٠٤٥٧٣٦١٥٥٢٠٥٧١٣٣٦ ٨٨٢٤٠٠٩١٤٦٢٢٩٢٤٤٤٠٥٧١٣٣٦ ١٧٢٤٨٠١٧٣٢٢٩٢٤٤٤٠٥٧١٣٣٦ ٣٤٥٧٦٠٣٦١٥٥٢٠٥٧١٣٣٦ ٦٩١٧٢٠٧٢٢٩٢٤٤٤٠٥٧١٣٣٦ ١٣٩٥٢٠١٤٤٤٥٧٧٦٠٥٧١٣٣٦ ٢٧٩٠٤٠٢٨٩١٥٥٢٠٥٧١٣٣٦ ٥٥٣٠٤٠٥٧٣٦١٥٥٢٠٥٧١٣٣٦ ١١٠٦٠٠١١٤٦٢٢٩٢٤٤٤٠٥٧١٣٣٦ ٢٢٠١٢٠٢٢٩٢٢٩٢٤٤٤٠٥٧١٣٣٦ ٤٤١٢٠٠

الشرح (ii) عدد لطريق حالياً ٩٤٠٠

$$(ii) \text{ بعد سنة} = ٩٤٠٠ + ٠.٤ \times ٩٤٠٠ = (١, ٤) \times ٩٤٠٠$$

$$(iii) \text{ بعد سنتين} = (١, ٤) \times ٩٤٠٠ + ٠.٤ \times (١, ٤) \times ٩٤٠٠ = (١, ٤) \times ٩٤٠٠$$

واضح أنه الزيادة تكون متتابة هندسية $٩٤٠٠ \times ١, ٤ = P$

$$\sqrt{١, ٤} = ١, ٢$$

$$٦٤ = P = ٩٤٠٠ \times ١, ٢ \times (١, ٢)^n$$

$$\therefore ٦٤ = ٩٤٠٠ \times (١, ٢)^n = ٣, ٣٧ \text{ طالب}$$

عند تكوين متتابة هندسية وفيها نسبة مئوية $P\%$

ملكوطة

$$(i) \text{ إذا كان فيها زيادة } \sqrt{= (١ + P\%)}$$

$$\sqrt{= (١ - P\%) \text{ إذا كان فيها نقص}}$$

ترتيب للطلبة

١ إذا كانت (١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧ ٨ ٩ ١٠) متتابة هندسية فإيه له =

١ (٢) ٢ (٣) ٣ (٤) ٤ (٥) ٥ (٦) ٦ (٧) ٧ (٨) ٨ (٩) ٩ (١٠) ١٠

٢ في المتتابة الهندسية $(\frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, ١, ٢, ٤, ٨, ١٦, ٣٢, ٦٤, ١٢٨, ٢٥٦, ٥١٢, ١٠٢٤, ٢٠٤٨, ٤٠٩٦, ٨١٩٢, ١٦٣٨٤, ٣٢٧٦٨, ٦٥٥٣٦, ١٣١٠٧٢, ٢٦٢١٤٤, ٥٢٤٢٨٨, ١٠٤٨٥٧٦, ٢٠٩٧١٥٢, ٤١٩٤٣٠٤, ٨٣٨٨٦٠٨, ١٦٧٧٧٢١٦, ٣٣٥٥٤٤٣٢, ٦٧١٠٨٨٦٤, ١٣٤٢١٧٢٨, ٢٦٨٤٣٤٥٦, ٥٣٦٨٦٩١٢, ١٠٧٣٧٣٨٢٤, ٢١٤٧٤٧٦٤٨, ٤٢٩٤٩٥٢٩٦, ٨٥٨٩٩٠٥٩٢, ١٧١٧٩٠١٨٤, ٣٤٣٥٨٠٣٦٨, ٦٨٧١٦٠٧٣٦, ١٣٧٤٣٢٤٧٢, ٢٧٤٨٦٤٩٤٤, ٥٤٩٧٢٩٨٨٨, ١٠٩٩٤٥٩٧٧٦, ٢١٩٨٩١٩٥٥٢, ٤٣٩٧٨٣٩٠٤, ٨٧٩٥٦٧٨٠٨, ١٧٥٩١٣٥٦١٦, ٣٥١٨٢٧١٣٣٢, ٧٠٣٦٥٤٢٦٦٤, ١٤٠٧٣٠٨٥٣٢٨, ٢٨١٤٦١٧٠٦٥٦, ٥٦٢٩٢٣٤١٣١٢, ١١٢٥٨٤٦٨٢٦٢٤, ٢٢٥١٦٩٣٦٥٢٤٨, ٤٥٠٣٣٨٧٣٠٥٧٦, ٩٠٠٦٧٧٤٦٠١٥٢, ١٨٠١٣٥٤٩٢٠٣٠٤, ٣٦٠٢٧٠٩٨٤٠٦٠٨, ٧٢٠٥٤١٩٦٨١٢١٦, ١٤٤١٠٨٣٩٣٦٢٤٣٢, ٢٨٨٢١٦٧٨٧٢٤٨٦٤, ٥٧٦٤٣٣٥٧٤٤٩٧٢٨, ١١٥٢٨٦٧١٤٨٩٩٥٥٦, ٢٣٠٥٧٣٤٢٩٧٩٩١١٢, ٤٦١١٤٦٨٥٩٥٥٨٢٤, ٩٢٢٢٩٣٧١٩١١٦٤٨, ١٨٤٤٥٨٧٤٣٨٢٣٢٩٦, ٣٦٨٩١٧٤٨٧٦٤٦٥٩٢, ٧٣٧٨٣٤٩٧٥٣٢٣٨٤, ١٤٧٥٦٦٩٩٥٠٦٦٦٨٨, ٢٩٥١٣٣٩٩٠١٣٣٣٧٦, ٥٩٠٢٦٧٩٨٠٢٦٦٧٥٢, ١١٨٠٥٣٥٩٦٠٥٣٣٥٠٤, ٢٣٦١٠٧١٩٢٠١٠٦٦٩٠٨, ٤٧٢٢١٤٣٨٤٠٢١٣٣٨١٦, ٩٤٤٤٢٨٧٦٨٠٤٢٦٧٧٣٢, ١٨٨٨٨٥٧٥٣٦٠٨٥٣٥٤٦٤, ٣٧٧٧٧١٥٠٧٢١٧٠٧١٢٨, ٧٥٥٥٤٣٠١٤٤٣٤٠١٤٢٥٦, ١٥١١٠٨٦٠٢٨٨٦٨٠٢٨٥١٢, ٣٠٢٢١٧٢٥٧٧٣٦٠٥٧٠٢٤, ٦٠٤٤٣٤٥١٥٥٤٧٢١١٤٠٤٨, ١٢٠٨٨٦٩٠٣١٠٩٤٤٢٤٨٠٩٦, ٢٤١٧٧٣٨٠٦٢١٨٨٨٤٨١٩٢, ٤٨٣٥٤٧٦١٢٣٧٧٧٦٨٣٣٦, ٩٦٧٠٩٥٢٢٤٧٥٥٥٣٦٦٦٧٢, ١٩٣٤١٩٠٤٩٠٣١١١١١٣٣٤٤, ٣٨٦٨٣٨٠٩٨٠٦٢٢٢٢٢٦٦٨٨, ٧٧٣٦٧٦١٩٦١٢٤٤٤٤٥٣٣٦, ١٥٤٧٣٥٢٣٩٢٢٤٨٨٨٨٨٨٦٤, ٣٠٩٤٧٠٤٧٨٤٤٩٧٧٧٧٧٦, ٦١٨٩٤٠٩٥٦٨٨٩٩٥٥٥٥٤, ١٢٣٧٨٨١٩١٣٧٧٩٩١١١٠٨, ٢٤٧٥٧٦٣٨٢٧٥٥٩٨٢٢٢٢٢٤, ٤٩٥١٥٢٧٦٥٥١١١٧٦٤٤٤٤٨, ٩٩٠٣٠٥٥٣١١٢٣٧٧٧٧٧٦, ١٩٨٠٦١٠٦٦٢٢٤٧٥٥٥٥٤, ٣٩٦١٢٢١٣٢٤٤٩١١١١٠٨, ٧٩٢٢٤٤٢٦٤٨٨٨٨٨٨٦٤, ١٥٨٤٤٨٥٢٩١٧٧٧٧٧٦, ٣١٦٨٩٧٠٥٦٣٥٥٥٥٤, ٦٣٣٧٩٤١١٢٧١١١١٠٨, ١٢٦٧٥٨٢٢٤٤٢٢٢٢٢٤, ٢٥٣٥١٦٤٤٨٨٤٤٤٤٨, ٥٠٧٠٣٢٩١٧٧٧٧٦, ١٠١٤٠٦٥٨٣٥٥٥٥٤, ٢٠٢٨١٣١٦٧١١١١٠٨, ٤٠٥٦٢٦٣٣٤٢٢٢٢٢٤, ٨١١٢٥٢٦٦٨٤٤٤٤٨, ١٦٢٢٥٠٥٣٣٦٨٨٨٨٨٦٤, ٣٢٤٥٠١٠٦٧١٣٧٧٧٧٦, ٦٤٩٠٠٢١٣٢٤٤٩١١١٠٨, ١٢٩٨٠٠٤٢٦٤٨٨٨٨٨٦٤, ٢٥٩٦٠٠٨٥٣١١٢٣٧٧٧٧٦, ٥١٩٢٠١٧٠٦٢٤٧٥٥٥٥٤, ١٠٣٨٤٠٣٤١٢٤٩١١١١٠٨, ٢٠٧٦٨٠٦٨٢٤٩١١١١٠٨, ٤١٥٣٦١٣٦٤٩١١١١٠٨, ٨٣٠٧٢٢٧٢٩١١١١٠٨, ١٦٦١٤٤٤٥٨٣٥٥٥٥٤, ٣٣٢٢٨٨٩١٧٧٧٧٦, ٦٦٤٥٧٧٨٣٥٥٥٥٤, ١٣٢٩١٥٦٦٧١١١١٠٨, ٢٦٥٨٣١٣٢٤٤٩١١١٠٨, ٥٣١٦٦٢٦٤٨٨٨٨٨٦٤, ١٠٦٣٣٢٥٢٩١٧٧٧٦, ٢١٢٦٦٥٠٥٦٣٥٥٥٥٤, ٤٢٥٣٣٠١١٢٧١١١١٠٨, ٨٥٠٦٦٠٢٢٤٩١١١٠٨, ١٧٠١٣٢٤٤٨٨٨٨٨٦٤, ٣٤٠٢٦٤٨٩١٧٧٧٦, ٦٨٠٥٢٩٧٨٣٥٥٥٥٤, ١٣٦١٠٥٩٦٦٧١١١١٠٨, ٢٧٢٢١١٩٣٣٤٤٩١١٠٨, ٥٤٤٤٢٣٨٦٦٨٨٨٨٦٤, ١٠٨٨٨٤٧٣٣٣٦٨٨٨٨٦٤, ٢١٧٧٦٩٤٦٦٧٧٧٦, ٤٣٥٥٣٨٩٣٣٣٦٨٨٨٦٤, ٨٧١٠٧٧٨٦٦٧٧٦, ١٧٤٢١٥٧٣٣٣٦٨٨٨٦٤, ٣٤٨٤٣١٤٦٦٧٧٦, ٦٩٦٨٦٢٩٣٣٣٦٨٨٨٦٤, ١٣٩٣٧٢٥٦٦٧٧٦, ٢٧٨٧٤٥١٣٣٣٦٨٨٨٦٤, ٥٥٧٤٩٠٢٦٦٧٧٦, ١١١٤٩٠٥٣٣٣٦٨٨٨٦٤, ٢٢٢٩٨١٠٦٦٧٧٦, ٤٤٥٩٦٢١٣٣٣٦٨٨٨٦٤, ٨٩١٩٢٤٢٦٦٧٧٦, ١٧٨٣٨٤٥٣٣٣٦٨٨٨٦٤, ٣٥٦٧٦٩٠٦٦٧٧٦, ٧١٣٥٣٨١٣٣٣٦٨٨٨٦٤, ١٤٢٧٠٧٢٦٦٧٧٦, ٢٨٥٤١٤٥٣٣٣٦٨٨٨٦٤, ٥٧٠٨٢٩٠٦٦٧٧٦, ١١٤١٦٥٨١٣٣٣٦٨٨٨٦٤, ٢٢٨٣٣١٦٢٦٦٧٧٦, ٤٥٦٦٦٣٢٥٣٣٣٦٨٨٨٦٤, ٩١٣٣٢٦٥٣٣٣٦٨٨٨٦٤, ١٨٢٦٦٥٠٦٦٧٧٦, ٣٦٥٣٣١٢٦٦٧٧٦, ٧٣٠٦٦٢٥٣٣٣٦٨٨٨٦٤, ١٤٦١٣٢٥٣٣٣٦٨٨٨٦٤, ٢٩٢٢٦٥٠٦٦٧٧٦, ٥٨٤٥٣١٢٦٦٧٧٦, ١١٦٩٠٦٢٥٣٣٣٦٨٨٨٦٤, ٢٣٣٨١٢٥٣٣٣٦٨٨٨٦٤, ٤٦٧٦٢٥٣٣٣٦٨٨٨٦٤, ٩٣٥٢٥٠٦٦٧٧٦, ١٨٧٠٥٠١٢٦٦٧٧٦, ٣٧٤١٠٠٢٥٣٣٣٦٨٨٨٦٤, ٧٤٨٢٠٠٥٠٦٦٧٧٦, ١٤٩٦٤٠١٢٦٦٧٧٦, ٢٩٩٢٨٠٢٥٣٣٣٦٨٨٨٦٤, ٥٩٨٥٦٠٥٠٦٦٧٧٦, ١١٩٧١٢١٢٦٦٧٧٦, ٢٣٩٤٢٤٢٥٣٣٣٦٨٨٨٦٤, ٤٧٨٨٤٨٥٠٦٦٧٧٦, ٩٥٧٦٩٧٠١٢٦٦٧٧٦, ١٩١٥٣٩٢٠٢٥٣٣٣٦٨٨٨٦٤, ٣٨٣٠٧٨٤٠٥٠٦٦٧٧٦, ٧٦٦١٥٦٨٠١٢٦٦٧٧٦, ١٥٣٢٣١٦٠٢٥٣٣٣٦٨٨٨٦٤, ٣٠٦٤٦٣٢٠٥٠٦٦٧٧٦, ٦١٢٩٢٦٤٠١٢٦٦٧٧٦, ١٢٢٥٨٥٢٨٠٢٥٣٣٣٦٨٨٨٦٤, ٢٤٥١٧٠٥٦٠٥٠٦٦٧٧٦, ٤٩٠٣٤١١٢٠١٢٦٦٧٧٦, ٩٨٠٦٨٢٢٤٠٢٥٣٣٣٦٨٨٨٦٤, ١٩٦١٣٦٤٨٠٥٠٦٦٧٧٦, ٣٩٢٢٧٢٩٦٠١٢٦٦٧٧٦, ٧٨٤٥٤٥٩٢٠٢٥٣٣٣٦٨٨٨٦٤, ١٥٦٩٠٩١٨٤٠٥٠٦٦٧٧٦, ٣١٣٨١٨٣٦٨٠١٢٦٦٧٧٦, ٦٢٧٦٣٦٧٣٦٨٠٢٥٣٣٣٦٨٨٨٦٤, ١٢٥٥٢٧٣٤٧٣٦٨٠٥٠٦٦٧٧٦, ٢٥١٠٥٤٦٩٤٦٦٨٠١٢٦٦٧٧٦, ٥٠٢١٠٩٣٨٩٣٦٨٠٢٥٣٣٣٦٨٨٨٦٤, ١٠٠٤٢١٨٧٧٧٦٨٠٥٠٦٦٧٧٦, ٢٠٠٨٤٣٧٥٥٥٥٦٨٠١٢٦٦٧٧٦, ٤٠١٦٨٧٥١١١٢٠٢٥٣٣٣٦٨٨٨٦٤, ٨٠٣٣٧٥٠٢٢٤٠٥٠٦٦٧٧٦, ١٦٠٦٧٤٠٤٤٨٠١٢٦٦٧٧٦, ٣٢١٣٤٨٠٨٩٦٠٢٥٣٣٣٦٨٨٨٦٤, ٦٤٢٦٩٦١٧٩٢٠٥٠٦٦٧٧٦, ١٢٨٥٣٩٣٥٨٤٠١٢٦٦٧٧٦, ٢٥٧٠٧٨٧١٦٨٠٢٥٣٣٣٦٨٨٨٦٤, ٥١٤١٥٧٤٣٣٦٨٠٥٠٦٦٧٧٦, ١٠٢٨٣١٦٦٦٨٠١٢٦٦٧٧٦, ٢٠٥٦٦٣٣٣٣٦٨٠٢٥٣٣٣٦٨٨٨٦٤, ٤١١٣٢٦٦٦٦٨٠٥٠٦٦٧٧٦, ٨٢٢٦٥٣٣٣٣٦٨٠١٢٦٦٧٧٦, ١٦٤٥٣٠٦٦٦٦٨٠٢٥٣٣٣٦٨٨٨٦٤, ٣٢٩٠٦١٣٣٣٣٦٨٠٥٠٦٦٧٧٦, ٦٥٨١٢٢٦٦٦٦٨٠١٢٦٦٧٧٦, ١٣١٦٢٥٣٣٣٣٦٨٠٢٥٣٣٣٦٨٨٨٦٤, ٢٦٣٢٥٠٦٦٦٦٨٠٥٠٦٦٧٧٦, ٥٢٦٥٠١٣٣٣٣٦٨٠١٢٦٦٧٧٦, ١٠٥٣٠٢٦٦٦٦٨٠٢٥٣٣٣٦٨٨٨٦٤, ٢١٠٦٠٥٣٣٣٣٦٨٠٥٠٦٦٧٧٦, ٤٢١٢٠١٣٣٣٣٦٨٠١٢٦٦٧٧٦, ٨٤٢٤٠٢٦٦٦٦٨٠٢٥٣٣٣٦٨٨٨٦٤, ١٦٨٤٨٠٥٣٣٣٣٦٨٠٥٠٦٦٧٧٦, ٣٣٦٩٦١٣٣٣٣٦٨٠١٢٦٦٧٧٦, ٦٧٣٩٢٢٦٦٦٦٨٠٢٥٣٣٣٦٨٨٨٦٤, ١٣٤٧٨٤٥٣٣٣٣٦٨٠٥٠٦٦٧٧٦, ٢٦٩٥٦٩٠٦٦٦٦٨٠١٢٦٦٧٧٦, ٥٣٩١٣٨١٣٣٣٣٦٨٠٢٥٣٣٣٦٨٨٨٦٤, ١٠٧٨٢٧٦٦٦٦٨٠٥٠٦٦٧٧٦, ٢١٥٦٥٥٣٣٣٣٦٨٠١٢٦٦٧٧٦, ٤٣١٣١٠٦٦٦٦٨٠٢٥٣٣٣٦٨٨٨٦٤, ٨٦٢٦٢١٣٣٣٣٦٨٠٥٠٦٦٧٧٦, ١٧٢٥٢٤٠٦٦٦٦٨٠١٢٦٦٧٧٦, ٣٤٥٠٤٨١٣٣٣٣٦٨٠٢٥٣٣٣٦٨٨٨٦٤, ٦٩٠٠٩٦٢٦٦٦٨٠٥٠٦٦٧٧٦, ١٣٨٠١٩٢٦٦٦٦٨٠١٢٦٦٧٧٦, ٢٧٦٠٣٨٥٣٣٣٣٦٨٠٢٥٣٣٣٦٨٨٨٦٤, ٥٥٢٠٧٧٠٦٦٦٦٨٠٥٠٦٦٧٧٦, ١١٠٤١٤٢٦٦٦٦٨٠١٢٦٦٧٧٦, ٢٢٠٨٢٨٥٣٣٣٣٦٨٠٢٥٣٣٣٦٨٨٨٦٤, ٤٤١٦٥٧٠٦٦٦٦٨٠٥٠٦٦٧٧٦, ٨٨٣٣١٤٢٦٦٦٦٨٠١٢٦٦٧٧٦, ١٧٦٦٦٢٥٣٣٣٣٦٨٠٢٥٣٣٣٦٨٨٨٦٤, ٣٥٣٣٢٥٠٦٦٦٦٨٠٥٠٦٦٧٧٦, ٧٠٦٦٤٠١٣٣٣٣٦٨٠١٢٦٦٧٧٦, ١٤١٣٢٨٢٦٦٦٦٨٠٢٥٣٣٣٦٨٨٨٦٤, ٢٨٢٦٥٦٥٣٣٣٣٦٨٠٥٠٦٦٧٧٦, ٥٦٥٣١٢٦٦٦٦٨٠١٢٦٦٧٧٦, ١١٣٠٦٢٥٣٣٣٣٦٨٠٢٥٣٣٣٦٨٨٨٦٤, ٢٢٦١٢٥٠٦٦٦٦٨٠٥٠٦٦٧٧٦, ٤٥٢٢٤٠١٣٣٣٣٦٨٠١٢٦٦٧٧٦, ٩٠٤٤٨٠٢٦٦٦٦٨٠٢٥٣٣٣٦٨٨٨٦٤, ١٨٠٨٩٦٥٣٣٣٣٦٨٠٥٠٦٦٧٧٦, ٣٦١٧٩٣٠٦٦٦٦٨٠١٢٦٦٧٧٦, ٧٢٣٥٨٦٠٦٦٦٦٨٠٢٥٣٣٣٦٨٨٨٦٤, ١٤٤٧١٢٠٦٦٦٦٨٠٥٠٦٦٧٧٦, ٢٨٩٤٢٤٠٦٦٦٦٨٠١٢٦٦٧٧٦, ٥٧٨٨٤٨٠٦٦٦٦٨٠٢٥٣٣٣٦٨٨٨٦٤, ١١٥٧٦٩٠٦٦٦٦٨٠٥٠٦٦٧٧٦, ٢٣١٥٣٨٠٦٦٦٦٨٠١٢٦٦٧٧٦, ٤٦٣٠٧٦٠٦٦٦٦٨٠٢٥٣٣٣٦٨٨٨٦٤, ٩٢٦١٥٢٠٦٦٦٦٨٠٥٠٦٦٧٧٦, ١٨٥٢٣٠٠٦٦٦٦٨٠١٢٦٦٧٧٦, ٣٧٠٤٦٠٠٦٦٦٦٨٠٢٥٣٣٣٦٨٨٨٦٤, ٧٤٠٩٢٠٠٦٦٦٦٨٠٥٠٦٦٧٧٦, ١٤٨١٨٤٠٠٦٦٦٦٨٠١٢٦٦٧٧٦, ٢٩٦٣٦٨٠٠٦٦٦٦٨٠٢٥٣٣٣٦٨٨٨٦٤, ٥٩٢٧٣٦٠٠٦٦٦٦٨٠٥٠٦٦٧٧٦, ١١٨٥٤٧٢٠٠٦٦٦٦٨٠١٢٦٦٧٧٦, ٢٣٧٠٩٤٤٠٠٦٦٦٦٨٠٢٥٣٣٣٦٨٨٨٦٤, ٤٧٤١٨٨٨٠٠٦٦٦٦٨٠٥٠٦٦٧٧٦, ٩٤٨٣٧٧٦٠٠٦٦٦٦٨٠١٢٦٦٧٧٦, ١٨٩٦٧٥٣٦٠٠٦٦٦٦٨٠٢٥٣٣٣٦٨٨٨٦٤, ٣٧٩٣٥٠٧٢٠٠٦٦٦٦٨٠٥٠٦٦٧٧٦, ٧٥٨٧٠١٤٤٠٠٦٦٦٦٨٠١٢٦٦٧٧٦, ١٥١٧٤٠٢٨٨٠٠٦٦٦٦٨٠٢٥٣٣٣٦٨٨٨٦٤, ٣٠٣٤٨٠٥٧٦٠٠٦٦٦٦٨٠٥٠٦٦٧٧٦, ٦٠٦٩٦١١٥٢٠٠٦٦٦٦٨٠١٢٦٦٧٧٦, ١٢١٣٩٢٢٣٠٠٦٦٦٦٨٠٢٥٣٣٣٦٨٨٨٦٤, ٢٤٢٧٨٤٤٦٠٠٦٦٦٦٨٠٥٠٦٦٧٧٦, ٤٨٥٥٦٨٩٢٠٠٦٦٦٦٨٠١٢٦٦٧٧٦, ٩٧١١٣٧٨٤٠٠٦٦٦٦٨٠٢٥٣٣٣٦٨٨٨٦٤, ١٩٤٢٢٧٦٨٠٠٦٦٦٦٨٠٥٠٦٦٧٧٦, ٣٨٨٤٥٥٣٦٠٠٦٦٦٦٨٠١٢٦٦٧٧٦, ٧٧٦٩١٠٧٢٠٠٦٦٦٦٨٠٢٥٣٣٣٦٨٨٨٦٤, ١٥٥٣٨٢١٤٤٠٠٦٦٦٦٨٠٥٠٦٦٧٧٦, ٣١٠٧٦٤٢٨٨٠٠٦٦٦٦٨٠١٢٦٦٧٧٦, ٦٢١٥٢٨٥٧٦٠٠٦٦٦٦٨٠٢٥٣٣٣٦٨٨٨٦٤, ١٢٤٣٠٥١١٥٢٠٠٦٦٦٦٨٠٥٠٦٦٧٧٦, ٢٤٨٦١٠٢٣٠٠٦٦٦٦٨٠١٢٦٦٧٧٦, ٤٩٧٢٢٠٤٦٠٠٦٦٦٦٨٠٢٥٣٣٣٦٨٨٨٦٤, ٩٩٤٤٤٠٩٢٠٠٦٦٦٦٨٠٥٠٦٦٧٧٦, ١٩٨٨٨٨١٨٤٠٠٦٦٦٦٨٠١٢٦٦٧٧٦, ٣٩٧٧٧٦٣٦٠٠٦٦٦٦٨٠٢٥٣٣٣٦٨٨٨٦٤, ٧٩٥٥٥٢٧٢٠٠٦٦٦٦٨٠٥٠٦٦٧٧٦, ١٥٩١١٠٥٤٤٠٠٦٦٦٦٨٠١٢٦٦٧٧٦, ٣١٨٢٢١٠٨٨٠٠٦٦٦٦٨٠٢٥٣٣٣٦٨٨٨٦٤, ٦٣٦٤٤٢١٧٦٠٠٦٦٦٦٨٠٥٠٦٦٧٧٦, ١٢٧٢٨٨٤٣٥٢٠٠٦٦٦٦٨٠١٢٦٦٧٧٦, ٢٥٤٥٧٦٨٧٠٤٠٠٦٦٦٦٨٠٢٥٣٣٣٦٨٨٨٦٤, ٥٠٩١٥٣٧٤٠٨٠٠٦٦٦٦٨٠٥٠٦٦٧٧٦, ١٠١٨٣٠٧٤٨١٦٠٠٦٦٦٦٨٠١٢٦٦٧٧٦, ٢٠٣٦٦١٤٩٦٣٢٠٠٦٦٦٦٨٠٢٥٣٣٣٦٨٨٨٦٤, ٤٠٧٣٢٢٩٩٢٦٤٠٠٦٦٦٦٨٠٥٠٦٦٧٧٦, ٨١٤٦٤٥٩٨٥٢٨٠٠٦٦٦٦٨٠١٢٦٦٧٧٦, ١٦٢٩٢٩١٧٧٠٤٠٠٦٦٦٦٨٠٢٥٣٣٣٦٨٨٨٦٤, ٣٢٥٨٥٨٣٥٤٠٨٠٠٦٦٦٦٨٠٥٠٦٦٧٧٦, ٦٥١٧١٦٧٠٨١٦٠٠٦٦٦٦٨٠١٢٦٦٧٧٦, ١٣٠٣٤٣٤٠١٦٣٢٠٠٦٦٦٦٨٠٢٥٣٣٣٦٨٨٨٦٤, ٢٦٠٦٨٦٨٠٣٢٦٤٠٠٦٦٦٦٨٠٥٠٦٦٧٧٦, ٥٢١٣٧٣٦٠٦٥٢٨٠٠٦٦٦٦٨٠١٢٦٦٧٧٦, ١٠٤٢٧٤٧٢١٣٠٥٦٤٠٠٦٦٦٦٨٠٢٥٣٣٣٦٨٨٨٦٤, ٢٠٨٥٤٩٤٤٢٦١١٢٨٠٠٦٦٦٦٨٠٥٠٦٦٧٧٦, ٤١٧٠٩٨٨٨٥٢٢٢$

ملحوظة ١

لأى عددين حقيقيين موجبين ومختلفين الوسط الحسابي < الوسط الهندسي

٢) لأى عددين حقيقيين موجبين متساويين الوسط الحسابي = الوسط الهندسي

ترتيب ٢

إذا كانت $s < c$ كل كميات موجبة في تقايع هندسيرائجة أنه: $s + c < c + c$

الكل

$s < c$ في تقايع هندسي	$s < c$ في تقايع هندسي
s وسط هندسي بين s و c	s وسط هندسي بين s و c
الوسط الحسابي < الوسط الهندسي	الوسط الحسابي < الوسط الهندسي
$s < \frac{s+c}{2} < c$	$s < \frac{s+c}{2} < c$
$s < c < s + c$ ← I	$s < c < s + c$ ← I

بجمع I و II ← $s + c < c + c < c + c + c$ بحذف s و c من الطرفين
 $s < c < s + c$ #

إدخال n وسط هندسي بين p و q 

ترتيب ٣

أدخل ٧ أوساط هندسية موجبة بين ٣ و ٦٨

الكل

$$\begin{aligned} 3 &= p \\ 68 &= q \\ 9 &= 3 + 7 + 68 = n \end{aligned}$$

٦٨

عدد الأوساط = ٧

٣

$$٧١٣٨ = ٧ \div ٧١٣٨ = \frac{(١ - ٧^٢) ٧}{١ - ٧} \Leftarrow$$

$$١٠٢٣ = ١ - ٧^٢ \Leftarrow$$

$$١٠ = ٧ \Leftarrow ١٠٢٤ = ٧^٢$$

∴ الخزان يصبح فارغاً بعد ١٠ أيام

ترتيب ٤

إذا تضاعفت زراعة البطيخ كل يوم (في أحد الأوساط الغذائية) فلم يَكُنْ عدد البطيخ بعد عشرة أيام إذا كان عددها في اليوم الأول ٨٠٠

الحل

$$\begin{aligned} ٨٠٠ &= P \\ ٢ &= r \\ ١٠ &= n \\ ??? &= Nd \end{aligned}$$

???

٢٤٠٠

١٦٠٠

٨٠٠

$$٨١٨٤٠٠ = \frac{(١ - ٢^١٠) ٨٠٠}{١ - ٢} = ١٠٠$$

مجموع المتقاربة الهندسية غير المنتهية

$$٥ = \frac{P}{r - 1} \quad \text{حيث } |r| > 1 \quad \text{أو } -1 < r < 1$$

ترتيب ٥

١) مجموع عدد غير منته من حدود المتقاربة الهندسية (٦٤ ٣٢ ١٦ ٨ ٤ ٢ ١) هو

١٢٨ (د)

١٤٢ (هـ)

١٢٢ (ب)

١٢٠ (ج)

٢) إذا كان مجموع عدد غير منته من حدود متقاربة هندسية أساسها $\frac{1}{3}$ هو $13\frac{1}{3}$

فما هو الحد الأول لها

١٢ (د)

٩ (هـ)

٨ (ب)

٦ (ج)

ترتيب ٦

مقابلة هندسية فيها $٥ = ٤$ $٤ = ٣$ $٣ = ٢$ $٢ = ١$ أو جبراً المقابلة
وبين أنه يمكن جمع عدد غير منته من حدودها ثم أو جبراً هذا المجموع

الحل

$$\sqrt{٤٧} = ٤$$

$$\sqrt[٣]{٢} \div \sqrt[٣]{٢٧} = \sqrt[٣]{٢}$$

$$\frac{1}{3} = \sqrt[3]{2} \leq \frac{1}{2} = \sqrt[3]{2} \leq \sqrt[3]{27} = 1$$

$$٥ = ٤$$

$$I \leftarrow ٥ = \sqrt{٢}$$

$$٥ = ٢ \frac{1}{3}$$

$$١٥ = ٢$$

$\therefore \frac{1}{3} = \sqrt[3]{2} > 1$ \therefore يمكن جمع المقابلة الهندسية إلى ∞

$$\therefore \infty = \frac{15}{\frac{1}{3} - 1} = \frac{15}{-\frac{2}{3}} = -\frac{45}{2}$$

الأسر عشرى الدائرى

$$\frac{1}{3} = ٣٣٣٣... \text{ يكتب للاختصار } ٣ \text{ وسمي كسر عشرى دائرى}$$

ترتيب ٧

ضع العدد $\overline{٧٧٧}$ على صورة كسر اعتيادى

الحل

أى كسر عشرى دائرى يكون على شكل مقابلة هندسية غير منتهية

$$\overline{٧٧٧} = ٧٧٧...$$

$$\overline{٧٧٧} = ٧ + ٧٠ + ٧٠٠ + ٧٠٠٠ + ...$$

$$\frac{7}{9} = \frac{7}{10-1} = \frac{7}{9} = \frac{7}{9}$$

$$\therefore \overline{٧٧٧} = \frac{7}{9}$$

مبدأ العد

تعريف

إذا كان عدد طرق إجراء عمل ما $= ١$

$= ٢$ عدد طرق إجراء عمل ما $= ٢$

$= ٣$ عدد طرق إجراء عمل ما $= ٣$ وهكذا

فإنه عدد طرق إجراء هذه الأعمال معاً $= ١ \times ٢ \times ٣ \times \dots \times n$

تدريب ١ شخص لديه ٥ قمصان و ٣ بنطلونات. بكم طريقة يمكنه أن يرتدي زي مكون من بنطالون وقميص

الحل

عدد طرق اختيار قميص $= ٥$ عدد طرق اختيار بنطالون $= ٣$

\therefore عدد طرق اختيار الزي معاً $= ٣ \times ٥ = ١٥$ طريقة

تدريب ٢ بكم طريقة يمكن تكوين عدد مكون من ٣ أرقام مختلفة من {٠, ١, ٢, ٣, ٤, ٥, ٦, ٧, ٨, ٩}

الحل

الشرح لاحظ هنا أنه مبدأ العد مشروط :-

(i) العدد أرقام مختلفة يعني مبنعش ٣٣٢ وهكذا

(ii) رقم المئات مبنعش (صفر)

\therefore عدد طرق اختيار الرقم في خانة المئات $= ٣$ (لاستبعدنا صفر)

عدد طرق اختيار الرقم في خانة العشرات $= ٣$ (رضواستبعدنا رقم المئات)

عدد طرق اختيار الرقم في خانة الأحاد $= ٢$

\therefore عدد طرق تكوين العدد $= ٣ \times ٣ \times ٢ = ١٨$ الطريقة

أحاد	عشرات	مئات
٢	٣	٣

مفروب العدد مفروب العدد الصحيح الموجب n $n!$ يساوي حاصل ضرب جميع الأعداد الصحيحة الموجبة الأصغر منه أو تساوي n

$$n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1$$

ملاحظات ١ $n \in \mathbb{N}^+$

$$2 \quad n! = 1$$

$$3 \quad n! = n \times (n-1)! = n \times (n-1) \times (n-2)! = \dots$$
 وهكذا

٤ يمكن استخدام الآلة الحاسبة لإيجاد عدد $n!$

ترتيب ١ $1! = 1$

٢ $2! = 2$

٣ $3! = 6$

٤ $4! = \frac{100}{98}$

ترتيب أو بديهة n إذا كان $n \geq 1$

١ $1! = 1$

٢ $2! = 2$

الكل

$\therefore 4! = 24$

$\therefore 3! = 6$

$\therefore 2! = 2$

$1! = 1$

$2! = 2$

$3! = 6$

$\therefore 4! = 24$

ترتيب ٣ أوجد مجموعة حل المعادلة :-

$$١) \quad \underline{n} = \underline{٣٠ - n}$$

$$٢) \quad \underline{n} = \underline{١ - n}$$

الحل

$$\underline{n} = \underline{٣٠ - n}$$

$$\underline{n} = \underline{٣٠ - n} \quad \underline{n} = \underline{٣٠ - n}$$

$$\underline{n} = \underline{٣٠ - n}$$

$$\underline{n} = \underline{٣٠ - n}$$

$$\underline{n} = \underline{٣٠ - n} \quad \underline{n} = \underline{٣٠ - n}$$

$$\underline{n} = \underline{٣٠ - n} \quad \underline{n} = \underline{٣٠ - n}$$

$$\underline{n} = \underline{٣٠ - n}$$

$$\underline{n} = \underline{٣٠ - n} \quad \underline{n} = \underline{٣٠ - n}$$

$$\underline{n} = \underline{٣٠ - n}$$

$$\underline{n} = \underline{٣٠ - n}$$

$$\underline{n} = \underline{٣٠ - n}$$

الحل

الطالب الأول ليس له اختيار حتى يكون البقية

عدد طرق اختيار الطالب الثاني = ٣

عدد طرق اختيار الطالب الثالث = ٢

عدد طرق اختيار الطالب الرابع = ١

∴ عدد طرق الاختيار = ١ × ٢ × ٣ × ٤

= ٦ طرق

عدد طرق اختيار الطالب الأول = ٤

عدد طرق اختيار الطالب الثاني = ٣

عدد طرق اختيار الطالب الثالث = ٢

عدد طرق اختيار الطالب الرابع = ١

∴ عدد طرق الاختيار = ١ × ٢ × ٣ × ٤

= ٢٤ طرق

ملحوظة عدد طرق ترتيب n من الأشياء في شكل :-

$$٢) \quad \underline{n} = \underline{١ - n}$$

$$١) \quad \underline{n} = \underline{١ - n}$$

تهييد في الأرقام التالية ١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧ ٨ ٩ ١٠ ١١ ١٢ طريقة يمكن تلخيصها :-

١ عدد من رقمين مختلفين

٢ مجموعة من عنصرين

الحل

{١٢١} {٣٢١} {٥٢١}
{٤٢٣} {٤٢٥} {٣٢٥}

عدد الطرق = ٦

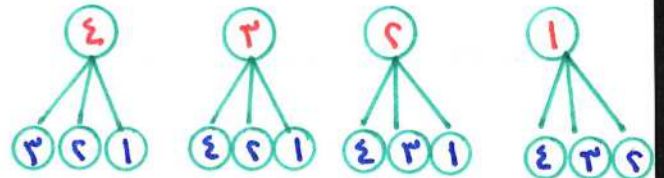
لاحظ

* المجموعة لا تحتاج ترتيب

* المجموعة لا يكرر العنصر فيها

* عدد المجموعات السابقة تسمى توافقية

∴ عدد الطرق = $6^4 = 1296$ طرق



٤٢ ٣٢ ١٢ ٤١ ٣١ ٢١

٣٤ ٢٤ ١٤ ٤٣ ٢٣ ١٣

عدد الطرق = $3 \times 4 = 12$ طريقة

لاحظ

* العدد يحتاج ترتيب أحاد ثم عشرات

* الأعداد تمثل كل التبادلات الممكنة للأرقام

٤ ٢ ٣ ٥ ١ ٢ ١

* عدد الأعداد (التبادلات) تسمى تباديل

* عدد الطرق = $4! = 24$ طريقة

التباديل

* $n!$ هو عدد طرق ترتيب n من العناصر المختلفة في n من الأماكن

$n!$ يسمى العالم n يسمى دليل

الشروط

(i) $n!$ = عدد صحيح موجب

(ii) n عدد صحيح موجب

(iii) $n \geq 1$

$n!$ \exists ص٠

n \exists ص٠

≥ 1 دليل \geq العالم

قوانين التباديل

١ $n! = n(n-1)(n-2)\dots(1)$ فكل التباديل إلى خواصل متتالية أكبر عامل n

٢ $\frac{n!}{(n-k)!} = n \times (n-1) \times \dots \times (n-k+1)$

٣ $1 = 0!$

٤ $n! = n \times (n-1) \times \dots \times 1$

٥ $n! = n \times (n-1) \times \dots \times 1$

علم ل دليل = $\frac{\text{علم}}{\text{علم - دليل}}$

ملحوظة يمكن إجراء التباديل باستخدام الآلة الحاسبة nPr

تدريب ٥

١ $3! = 6$

٢ $4! = 24$

٣ $5! = 120$

تدريب ٦ إذا كان $7! = 5040$ أوجد قيمة $6!$

الحل

باستخدام الآلة الحاسبة يمكن الحل

$7! = 5040$
 $6! = \dots$
 $5! = \dots$

$7! = 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 5040$

$6! = 720$

$5! = 120$

تدريب ٧ أوجد قيمة $n!$

١ $5! = 120$

٢ $6! = 720$

الحل

$7! = 5040$

$6! = 720$

$5! = 120$

$4! = 24$

تدريب ٨ أومبرقيمة n

$$٥٠ = {}^n C_٤ + {}^n C_١ + {}^n C_٠ \quad (١)$$

$$٣ {}^{٥-n} C_٤ = {}^n C_٤ \quad (٢)$$

الحل

$$(٤-n)(٣-n)(٢-n) \times ١٤ = (٢-n)(٢-n)(١-n)n$$

$$٥٦ - n١٤ = n - {}^٢ C_n$$

$$٠ = ٥٦ + n١٥ - {}^٢ C_n$$

$$٨ = n \quad \quad \quad ٧ = n$$

$$٥٠ = (١-n)n + n + ١$$

$$٤٩ = n - {}^٢ C_n + n$$

$$٤٩ = {}^٢ C_n$$

$$\therefore ٧ = n \quad \quad \quad ٧ = n \quad \text{مرفوض}$$

تدريب ٩

١. n يمكن أن تساوي

$$٢٠ \quad (٤)$$

$$١٧ \quad (٥)$$

$$١٦ \quad (٥)$$

$$١٥ \quad (٥)$$

٢. عدد الأزواج المرتبة (n, p) التي يمكن تكوينها من عناصر $\{١, ٢, ٣, ٤\}$ حيث $p \neq n$ هو

$$٩ \quad (٤)$$

$$٦ \quad (٥)$$

$$٣ \quad (٥)$$

$$٢ \quad (٥)$$

٣. عدد الحروف جلوس ٤ طاولات على أربعة مقاعد في صف يساوي

$$١ \times ٢ \times ٣ \times ٤ \quad (٤)$$

$$٤ \times ٤ \quad (٥)$$

$$٤ + ٤ \quad (٥)$$

$$١ \quad (٥)$$

٤. إذا كان: $\frac{1}{n} = ١٠٠$ فإيه قيمة n

$$٢٤٠ \quad (٤)$$

$$١٢٠ \quad (٥)$$

$$٢٧٠ \quad (٥)$$

$$٧٢٠ \quad (٥)$$

٥. إذا كان: $n = \frac{1-n}{١٢}$ فإيه n

$$٥ \quad (٤)$$

$$٤ \quad (٥)$$

$$٣ \quad (٥)$$

$$٢ \quad (٥)$$

٦. لجنة مؤلفة من ١٢ عضواً. بكم طريقة يمكن اختيار رئيس ونائب لهذه اللجنة؟

$$١٣٢ \quad (٤)$$

$$٦٦ \quad (٥)$$

$$٢٣ \quad (٥)$$

$$٢ \quad (٥)$$

التوافيق

نمبر = عدد المجموعات الجزئية المحتوية على r من العناصر التي يمكن تكوينها من مجموعة بها n من العناصر

لاحظ أن

$$\begin{aligned} ① \quad & {}^n C_0 = 1 \\ ② \quad & {}^n C_n = 1 \\ ③ \quad & {}^n C_1 = n \end{aligned}$$

الشروط (i) $n \geq r$ عدد صحيح موجب

(ii) ${}^n C_r = {}^n C_{n-r}$

(iii) ${}^n C_0 + {}^n C_1 + \dots + {}^n C_n = 2^n$

قوانين التوافيق

قانون التوزيع

$${}^n C_r = {}^{n-1} C_r + {}^{n-1} C_{r-1}$$

ترتيب إذا كان: ${}^{56} C_3 = 203$ أو عدد قيمة ${}^{56} C_3$

الحل

لاحظ المثال تحتوي تبادل وتوافيق ولها نفس العلم والدليل
نستخدم هذا القانون

$${}^{56} C_3 = {}^{55} C_3 + {}^{55} C_2$$

$${}^{56} C_3 = 203$$

وباستخدام الماسية ${}^n C_r$

$${}^{56} C_3 = {}^{55} C_3 + {}^{55} C_2$$

$${}^n C_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

ترتيب إذا كان ${}^{56} C_3 = 203$ فأوجد ${}^{56} C_2$

الحل

لاحظ المثال تحتوي تبادل وتوافيق ولها نفس العلم والدليل
نستخدم هذا القانون للاختصار

$${}^{56} C_3 = \frac{56!}{3!(56-3)!} = \frac{56!}{3!53!}$$

$${}^{56} C_3 = 203$$

$${}^{56} C_3 = {}^{55} C_3 + {}^{55} C_2$$

$${}^{56} C_3 = {}^{55} C_3 + {}^{55} C_2$$

تدريب ٧

اشترك ٧ أشخاص في مسابقة الشطرنج بحيث تجري مباراة واحدة بين كل شخصين أو بعد عدد مباريات المسابقة.

الحل

العدد الكلي ٧ والعدد المختار ٢ ولا يوجد ترتيب \therefore نستخدم التوافيق \therefore عدد طرق الاختيار $= {}^7C_2 = 21$ طريقة

تدريب ٨

إذا كان لدينا ٢٠ طالب و ١٠ طالبات فبأي طريقة يمكن تكوين لجنة من \therefore

١ ٤ طلاب و ٢ طالبين ٢ ٤ طلاب أو ٢ طالبين

الحل

لاحظ أنه هناك عمليتين للاختيار عملية اختيار طلاب وعملية اختيار طالبات الترتيب في العمليتين ليس مهم لذلك نستخدم التوافيق

العدد الكلي	طريق	طالبات
٢٠	٢	١٠
العدد المختار	٤	٢

١ عدد طرق تكوين ٤ طلاب و ٢ طالبين $= {}^{20}C_4 \times {}^{10}C_2 = 4760$

٢ عدد طرق تكوين ٤ طلاب أو ٢ طالبين $= {}^{20}C_4 + {}^{10}C_2 = 4760$

ملحوظة

١ إذا كان الربط بين الاختيارين و نقوم بعملية \times ناتج الاختيارين

٢ إذا كان الربط بين الاختيارين أو نقوم بعملية $+$ ناتج الاختيارين

تدريب ٩

فصل به ٩ أولاد ٦ بنات يُراد تكوين فريق مكون من ٤ أفراد من هذا الفصل بحيث يكون الفريق من نفس الجنس

لاحظ أنه: (i) عندنا عمليتين إختيار والترتيب ليهام لذلك نستخدم التوافيق

(ii) محليه الإختيار منه نفس الجنس مضاه ولاد فقط أو بنات فقط

∴ عدد طرق تكوين فريق أولاد فقط أو بنات فقط متزامن +

أولاد بنات

٦

٩

العدد إلتقى

٤

٤

العدد المختار

$$\therefore \text{عدد طرق الإختيار} = {}^9C_4 + {}^6C_4 = 141$$

تدريب ١٠: يكمل طريقة يملك للجنة مكونة من خمسة أعضاء أن تتخذ قراراً بالأغلبية؟

الحل

لاحظ أنه: (i) إختيار اللجنة الترتيب ليهام لذلك نستخدم التوافيق

(ii) اللجنة ٥ أعضاء وقرار الأغلبية موافقه ٥ أو ٤ أو ٣

$$\therefore \text{عدد طرق تكوين اللجنة} = {}^5C_5 + {}^5C_4 + {}^5C_3 = 16 \text{ طريقة}$$

تدريب ١١: يدرس الطالب في إحدى الصفوف الدراسية بالجامعة محاضرات مختلفة ولا يحضر

له الانتقال إلى السنة التالية إلا إذا نجح في ٦ منها على الأقل ، يكمل

طريقة يمكن للطالب الانتقال إلى السنة التالية ؟

الحل

لاحظ أنه: (i) إختيار الأسئلة الترتيب ليهام لذلك نستخدم التوافيق

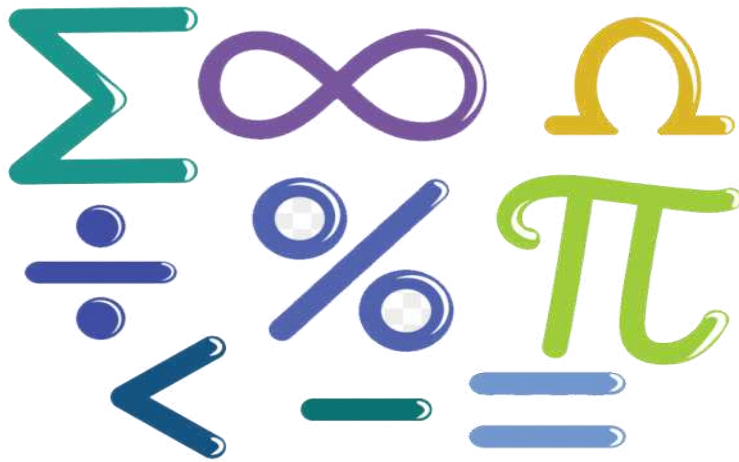
(ii) الطالب عليه الإجابة على ٦ أسئلة أو ٧ أسئلة أو ٨ أسئلة

$$\therefore \text{عدد طرق الإختيار} = {}^8C_6 + {}^8C_7 + {}^8C_8 = 255 \text{ طريقة}$$

نهاية الجبر "إن كان في خطأ فمن نفسي والخطأ مني"

ثانياً :

التفاضل والتكامل



دائماً في العلى

٠١٢٢٨٤٨٤٥٦٧

٠١١١١٩٥٤٨٠٠

معدل التغير

دالة التغير

إذا كانت: $ص = د(س)$

إذا تغيرت $س$: $س_1 \rightarrow س_2$ فإنه مقدار التغير في $ص$ يرمز له بالرمز $\Delta ص$ $\Delta ه = ه_2 - ه_1$

الدالة $د(س)$: $د(س_1) \rightarrow د(س_2)$ فإنه مقدار التغير في

الدالة $د(س)$ يرمز له بالرمز $\Delta د$ $\Delta ت = ت_2 - ت_1$

ص : $ت = د(ه) = د(س + ه) - د(س)$ وتسمى دالة التغير

ترتيب إذا كانت: $د(س) = 3س^2 + س - 2$ أو جد :

دالة التغير $د$ مقدار التغير عندما تتغير $س$ من 2 إلى 3 و 3

الحل

$$I \leftarrow د(س) = 3س^2 + س - 2$$

$$د(س + ه) = 3(س + ه)^2 + (س + ه) - 2$$

$$II \leftarrow د(س + ه) = 3س^2 + 6س + 3ه + س + ه - 2 = 3س^2 + 7س + 4ه - 2$$

$$I - II \leftarrow \Delta د = د(س + ه) - د(س) = 7س + 4ه$$

$$2 : س : 2 \leftarrow \begin{matrix} س = 2 \\ ه = 3 \end{matrix} \quad \Delta د = 3 - 2 = 1$$

$$\therefore \Delta د(3) = 3(3)^2 + 7(3) + 4(3) = 30$$

دالة فتور التغير

$$م(ه) = \frac{\Delta د}{\Delta ه} = \frac{د(س + ه) - د(س)}{ه}$$

ترتيب ٢ أوجد دالة متوسط التغير للدالة د : (د س) = $س^2 + ٢$ ثم
إصبع متوسط التغير عندما تتغير س من ٣ إلى ٣ أو ٣

أول

$$I \leftarrow \text{د (س)} = س^2 + ٢$$

$$\text{د (س+هـ)} = (س+هـ)^2 + ٢$$

$$II \leftarrow \text{د (س+هـ)} = س^2 + ٢س + هـ^2 + ٢$$

$$I - II \leftarrow \text{ت (هـ)} = (س+هـ)^2 + ٢ - (س^2 + ٢س + هـ^2 + ٢) = ٢س + هـ^2 - ٢س - هـ^2 = ٢س - ٢س = ٠$$

$$\therefore \text{س : ٣} \quad \frac{٢ = س}{هـ = ٣} \leftarrow \text{أو ٣}$$

$$\therefore \text{متوسط التغير} = ٢ + ٦ = ٨ = \text{أو ٨}$$

$$\text{معدل التغير} = \frac{\text{د (س+هـ)} - \text{د (س)}}{هـ}$$

معدل التغير

ترتيب ٣ أوجد معدل التغير للدالة د : (د س) = $٣س^2 + ٢$ عند س = ٢

أول

$$I \leftarrow \text{د (س)} = ٣س^2 + ٢$$

$$\text{د (س+هـ)} = ٣(س+هـ)^2 + ٢$$

$$II \leftarrow \text{د (س+هـ)} = ٣س^2 + ٦س + ٣هـ^2 + ٢$$

$$(i) \text{ دالة التغير ت (هـ)} = ٦س + ٣هـ^2 - ٣س - ٣هـ^2 = ٣س - ٣س = ٠$$

$$(ii) \text{ دالة متوسط التغير م (هـ)} = ٦س + ٣هـ^2 - ٣س - ٣هـ^2 = ٣س - ٣س = ٠$$

$$(iii) \text{ معدل التغير} = \frac{\text{د (س+هـ)} - \text{د (س)}}{هـ} = \frac{٦س + ٣هـ^2 + ٢ - (٣س^2 + ٢)}{هـ} = \frac{٦س + ٣هـ^2 - ٣س^2 - ٢}{هـ}$$

$$\text{عند س = ٢}$$

$$٦س = ١٢$$

$$\therefore \text{معدل التغير} = ١٢$$

ملحوظة لاحظ الفرق بين: دالة متورط التغير و متورط التغير

$$\text{دالة متورط لتغير } M(h) = \frac{d(5+h) - d(5)}{h} \quad \text{متورط لتغير } M = \frac{d(5) - d(15)}{5 - 15}$$

تدريب ٤ صفيحة مربعة تتحدد بانتظاماً مختلفة بـ كلها إسم متورط التغير في مساحة سطحها عندما يتغير طول ضلعها من ٣ سم إلى ٤ سم ثم احسب معدل التغير في مساحة سطحها عندما يتغير طول ضلعها ٥ سم .

الحل

نفرض : طول ضلع الصفيحة = s

المساحة : مساحة المربع = s^2

∴ $d(s) = s$

$$(i) \text{ متورط التغير } M = \frac{d(5) - d(15)}{5 - 15} = \frac{d(3,4) - d(2)}{3 - 2,4}$$

$$\therefore M = \frac{3 - 2,4}{0,4} = 1,5$$

$$(ii) \text{ عند } s = 5 \Rightarrow \text{معدل التغير} = \frac{d(5+h) - d(5)}{h}$$

$$= \frac{d(5+h) - [5]}{h}$$

$$= \frac{5+h+5 - 5}{h}$$

$$= \frac{5+h}{h}$$

$$\therefore \text{معدل التغير في المساحة} = 1$$

3 (5)

9,71 (5)

غیر ذللہ

5. वडा सं

$V_1 C$ 

17 (S)

20. (5)

قواعد الاشتقاق

١ إذا كان $y = u^n$ فإن $\frac{dy}{dx} = n u^{n-1} \frac{du}{dx}$ حيث $u \in \mathbb{R}$

إذا كانت $y = u$ فإن $\frac{dy}{dx} = \frac{du}{dx}$
 إذا كانت $y = u^n$ فإن $\frac{dy}{dx} = n u^{n-1} \frac{du}{dx}$
 إذا كانت $y = \frac{1}{u}$ فإن $\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{u^2} \frac{du}{dx}$

ملاحظات

أوجد المشتقة الأولى للدوال الآتية :-

١ $y = x^3$
 ٢ $y = \frac{x^2}{3} \pi$
 ٣ $y = \sqrt{x}$
 ٤ $y = \sqrt[3]{x}$
 ٥ $y = \sqrt{x}$
 ٦ $y = \sqrt[3]{x}$

١ $y = x^3$
 ٢ $y = \sqrt{x}$
 ٣ $y = \sqrt[3]{x}$
 ٤ $y = \sqrt{x}$
 ٥ $y = \sqrt[3]{x}$
 ٦ $y = \sqrt{x}$

أوجد المشتقة الأولى للدوال الآتية :-

١ $y = \frac{1}{x}$
 ٢ $y = \frac{5}{x^2}$
 ٣ $y = \sqrt{x}$
 ٤ $y = \sqrt[3]{x}$

١ $y = \frac{1}{x}$
 ٢ $y = \sqrt{x}$
 ٣ $y = \sqrt[3]{x}$
 ٤ $y = \sqrt{x}$

١ إذا كانت $y = \frac{1}{u}$ فإن $\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{u^2} \frac{du}{dx}$

٢ إذا كانت $y = \sqrt[n]{u}$ فإن $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{n} u^{\frac{1}{n}-1} \frac{du}{dx}$

٢ مشتقة مجموع أو الفرق بين دالتين

إذا كانت u و v دالتين قابلتين للاشتقاق بالنسبة إلى المتغير x
وكانت $u = f(x)$ و $v = g(x)$ فإن: $\frac{d}{dx}(u \pm v) = \frac{du}{dx} \pm \frac{dv}{dx}$

تدريب ٣ أوجد المشتقة الأولى لكل مما يأتي :-

١ $u = 3x^2 - 5x + 9$
 $\frac{du}{dx} =$

٢ $u = x(3x^2 - 5x + 9)$
 $\frac{du}{dx} =$

٣ $u = \frac{5}{x} + 7x + 9$
 $\frac{du}{dx} =$

٣ مشتقة حاصل ضرب دالتين

إذا كانت u و v دالتين قابلتين للاشتقاق بالنسبة للمتغير x
وكانت $u = f(x)$ و $v = g(x)$ فإن: $\frac{d}{dx}(u \times v) = v \frac{du}{dx} + u \frac{dv}{dx}$

أي أن: $\frac{d}{dx}(u \times v) = \frac{du}{dx} \times v + u \times \frac{dv}{dx}$

تدريب ٤ أوجد $\frac{d}{dx}$ للدالة $u = (3x + 5)(1 + x^3 - x^2)$

الحل

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dx} u = \frac{d}{dx} [(3x + 5)(1 + x^3 - x^2)] \\ & = (1 + x^3 - x^2) \frac{d}{dx} (3x + 5) + (3x + 5) \frac{d}{dx} (1 + x^3 - x^2) \\ & = (1 + x^3 - x^2)(3) + (3x + 5)(3x - 2) \end{aligned}$$

ترتيب ٥ إذا كانت: $ص = (١ + س) (٣ + س) = ١$ أوجد $\frac{ص}{س}$ عند $س = ١$

الحل

$$(٣ + س) (١ + س) = \frac{ص}{س} \quad \begin{array}{l} (٣ + س) \swarrow + \searrow (١ + س) \\ (٣) \swarrow + \searrow (١) \end{array} = \frac{ص}{س}$$

$$١٤ = (٣ + ١) (١ + ١) = \left[\frac{ص}{س} \right]_{س=١}$$

ترتيب ٦ إذا كانت: $ص = (١ - س) (١ + س) (١ + س) (١ + س) (١ + س) (١ + س) = ٩$ أوجد $\frac{ص}{س}$ عند $س = ٢$

الحل

٤ مشتقة خارج قسمة دالتين

إذا كانت: $د$ و $ص$ دالتين قابلتين للاشتقاق بالنسبة للمتغير $س$ وكانت: $ص = \frac{د(س)}{ص(س)}$ حيث $ص(س) \neq ٠$

$$فلما: \frac{ص}{س} = \frac{د(س) \times ص(س) - ص(س) \times د(س)}{[ص(س)]^٢}$$

$$= \frac{مشتقة البسط \times المقام - البسط \times مشتقة المقام}{(المقام)^٢}$$

ترتيب ٧ إذا كانت $ص = \frac{٤ + س٣}{١ + س}$ أوجد $\frac{ص}{س}$

الحل

$$\frac{ص}{س} = \frac{(٤ + س٣) \times ١ - (١ + س) \times ٣}{(١ + س)^٢} = \frac{١٧ - ٣س}{(١ + س)^٢}$$

٥ مشتقة قوس مرفوع للأس

إذا كانت: $y = [d(x)]^n$ فإنه: $\frac{dy}{dx} = n[d(x)]^{n-1} \cdot d'(x)$

أي أن: $y = (\cos x)^n$ فإنه: $y' = n(\cos x)^{n-1} \cdot (-\sin x)$ (مشتقة القوس)

١ ترتيب ٨ $y = (3x^2 + 5)^2$ $\frac{dy}{dx} =$

٢ $\frac{10}{7(3+50)} = y'$

٣ $y = \sqrt{3x+2}$ $\frac{dy}{dx} =$

٩ ترتيب ١ $y = \sin x$ عند $x = \frac{\pi}{2}$ هو

٢ ١ ٥ ١٢ ٦ صفر

٢ إذا كانت: $y = (x^3 - 1)^2$ فإنه قيمة y' عندما $x = 1$ هي

٢ ٨ ٥ ١ ٢٤

٣ إذا كانت $y = \frac{1}{x}$ فإنه $y'(1) =$

٢ ١ ٥ صفر ١ -

٤ إذا كانت $y = \sin(x + \pi)$ فإنه $y' =$

٢ ٥ ٥ ٥ ٥ غير موجودة

٥ إذا كانت $y = (x^2 + 1)^3$ $y' =$ عند $x = 0$ فإنه $y' =$

٢ ٥ ١٠ ١

٦ هشتقة دالة الدالة (قاعدة السلسلة)

إذا كانت: $y = f(x)$ دالة قابلة للتشتت فانه بالتبعية إلى x
 $u = g(x)$ دالة قابلة للتشتت فانه بالتبعية إلى x
 فإن: $y = f(g(x))$ تكون قابلة للتشتت فانه بالتبعية إلى x

ويكون: $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \times \frac{du}{dx}$

تدريب ١٠ إذا كانت: $y = x^5$ $u = x^3 - x + 1$ أوجد $\frac{dy}{dx}$

الحل

$y = x^5$ $u = x^3 - x + 1$ $\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \times \frac{du}{dx}$ $\therefore \frac{dy}{dx} = 5x^4 \times (3x^2 - 1)$ $\therefore \frac{dy}{dx} = 5x^4(3x^2 - 1)$	$I \leftarrow y = x^5$ $II \leftarrow u = x^3 - x + 1$ بالمقوفين من I في II $\therefore \frac{dy}{dx} = 5x^4(3x^2 - 1)$
---	--

تدريب ١١ إذا كانت: $y = (1+x)^5$ $u = 1 - x^3$ أوجد $\frac{dy}{dx}$ عند $x = 1$

الحل

$y = (1+x)^5$ $u = 1 - x^3$ $\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \times \frac{du}{dx}$ عند $x = 1$ $\therefore \frac{dy}{dx} = 5(1+1)^4 \times (-3x^2)$ $\therefore \frac{dy}{dx} = 5(2)^4 \times (-3)$ $\therefore \frac{dy}{dx} = 160 \times (-3) = -480$	$I \leftarrow y = (1+x)^5$ $II \leftarrow u = 1 - x^3$ $\therefore \frac{dy}{dx} = 5(1+x)^4 \times (-3x^2)$ عند $x = 1$ $\therefore \frac{dy}{dx} = 5(2)^4 \times (-3)$ $\therefore \frac{dy}{dx} = 160 \times (-3) = -480$
---	---

ملحوظة إذا كانت ص دالة قابلة للتقسيم بالنسبة إلى س

$$\text{فإنه : } \frac{S}{S^n} = \left(\frac{S}{S^n}\right) \times S^{1-n}$$

تدريب ١٢ ١ $\frac{S}{S^4} = \left(\frac{S}{S^4}\right) \times S^3$ ٢ $\frac{S}{S^7} = \left(\frac{S}{S^7}\right) \times S^6$

٣ $\frac{S}{S^5} = \left(\frac{S}{S^5}\right) \times S^4$ ٤ $\frac{S}{S^8} = \left(\frac{S}{S^8}\right) \times S^7$

تدريب ١٣ إذا كانت ص = ع + ع = ك ع = س أثبت أنه: $\frac{S}{S^3} = \frac{S}{S^3} - \frac{S}{S^3} = \frac{S}{S^3}$

الحل

$$ص = ع + ع = ك \quad ع = س$$

$$\frac{S}{S^3} = \frac{S}{S^3} + \frac{S}{S^3}$$

$$\therefore \frac{S}{S^3} = \frac{S}{S^3} \times (1 + 1) = \frac{S}{S^3} \times 2$$

$$= \frac{S}{S^3} \times (1 + 1) = \frac{S}{S^3} \times 2$$

$$\# \quad 1 = \frac{S}{S^3} \times 2 = \frac{S}{S^3} \times 2$$

تدريب ١٤ إذا كانت ص = ع + ع + ع = هـ ك = س أثبت أنه: $\frac{S}{S^3} = \frac{S}{S^3} + \frac{S}{S^3} + \frac{S}{S^3} = \frac{S}{S^3}$

الحل

$$ص = ع + ع + ع = هـ \quad ع = س$$

$$\frac{S}{S^3} = \frac{S}{S^3} + \frac{S}{S^3} + \frac{S}{S^3}$$

$$\therefore \frac{S}{S^3} = \frac{S}{S^3} \times (1 + 1 + 1) = \frac{S}{S^3} \times 3$$

$$\text{عند } س = ١ \quad \therefore 1 = \frac{S}{S^3} \times 3 = \frac{S}{S^3} \times 3$$

$$\therefore \frac{S}{S^3} = \frac{1}{3} \times (1 + 1 + 1) = \frac{1}{3} \times 3 = 1$$

$$= \frac{5}{25} (ص^0)$$

ترتيب
١٥

$$(P) \quad ٥ ص^٤$$

$$(B) \quad ٥ ص^٤ ص$$

$$(A) \quad ٥ ص^٤ ص$$

$$(C) \quad ٥ ص^٤ ص$$

$$(٢) \quad \text{إذا كانت ص} = \frac{1}{٢٥} \text{ فإيه} \frac{١}{٢٥} =$$

$$(P) \quad \frac{١-١}{٢٥}$$

$$(B) \quad \frac{١-١}{٢٥}$$

$$(A) \quad \frac{١-١}{٢٥}$$

$$(C) \quad \frac{١}{٢٥}$$

$$(٣) \quad \text{إذا كانت ص} = ع^٢ \quad ع = ٣ \quad ٣ = ٣ - ٢ \quad \text{فإيه} \frac{١}{٢٥} \text{ عند ص} = ٢ \text{ تساوي}$$

$$(P) \quad ٢٤$$

$$(B) \quad ٢٤٠$$

$$(A) \quad ٤٤٠$$

$$(C) \quad ١٤٠$$

$$(٤) \quad \text{إذا كانت ص} = (٢-٣) \text{ فإيه} \frac{١}{٢٥} =$$

$$(P) \quad ٥ (٢-٣)٤$$

$$(B) \quad ١٠ (٢-٣)٤$$

$$(A) \quad ٢٢ - ٢٢$$

$$(C) \quad ٢٢ (٢-٣)٤$$

$$(٥) \quad \text{إذا كانت ص} = (١+٢)٣ \quad ع = ٢ = ٢ - ١ \quad \text{فإيه} \frac{١}{٢٥} =$$

$$(P) \quad ١٥١$$

$$(B) \quad ١٥١$$

$$(A) \quad ١٥١٢$$

$$(C) \quad ١٥١٢$$

$$(٦) \quad \text{إذا كانت ص} = (١+٢)٣ \quad ع = ٢ = ٢ - ١ \quad \text{فإيه} \frac{١}{٢٥} =$$

$$(P) \quad ٢$$

$$(B) \quad ٢ \pm$$

$$(A) \quad ٢ -$$

$$(C) \quad ٢$$

$$(٧) \quad \text{إذا كانت ص} = ٣ \text{ فإيه} \frac{١}{٢٥} =$$

$$(P) \quad \frac{٣}{٤} - \frac{١}{٤}$$

$$(B) \quad \frac{٣}{٤} - \frac{١}{٤}$$

$$(A) \quad \frac{٣}{٤} - \frac{١}{٤}$$

$$(C) \quad \frac{٣}{٤} - \frac{١}{٤}$$

$$(٨) \quad \text{إذا كانت د (س) = } \sqrt{٩+٤} \text{ فإيه د (-٤) =}$$

$$(P) \quad \frac{٤}{٥}$$

$$(B) \quad ٥$$

$$(A) \quad \frac{١}{١٠}$$

$$(C) \quad \frac{١}{١٠}$$

تطبيقات على المشتقة

* ميل الخط المستقيم ① $m = \frac{y}{x}$ إذا علمت معادلة $y = mx + p$ إذا علمت معادلة $y = mx + p$

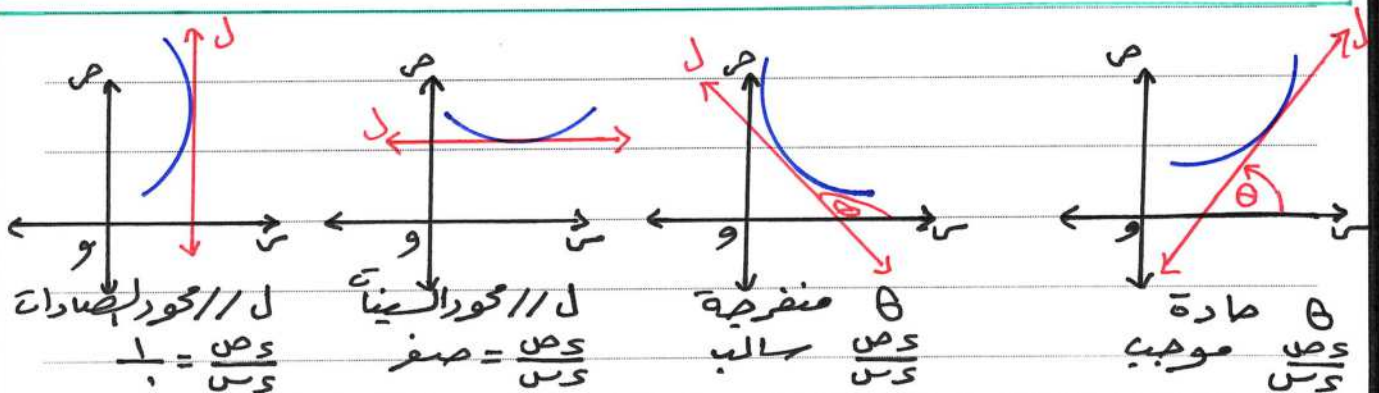
② $m = \frac{\text{فرق الصادات}}{\text{فرق السينات}}$ إذا علمت نقطتين على المستقيم (x_1, y_1) و (x_2, y_2)

③ $m = \tan \theta$ إذا صنع المستقيم مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية θ

④ $m = \frac{y}{x}$ إذا علمت معادلة الاتجاهية $(x_1, y_1) + k(x_2, y_2) + k(x_3, y_3)$

- ملاحظات ① المستقيم الذي يوازي محور السينات ميله = صفر
 ② المستقيم الذي يوازي محور الصادات ميله = غير معرف
 ③ إذا كان $L_1 \parallel L_2$ فإنه $m_1 = m_2$
 ④ إذا كان $L_1 \perp L_2$ فإنه $m_1 \times m_2 = -1$

* ميل المماس
 ميل المماس للمنحنى: هو المماس الأولى للدالة عند نقطة المماس (x_1, y_1)
 ميل المماس $= \left(\frac{dy}{dx} \right)_{(x_1, y_1)}$



مصادلة المحاس: $ص = \frac{ص - ص}{ص - ص} = 3$

مصادلة العمود: $ص - ص = 1 - 1 = 3$

ترتيب ١ أوجد ميل المحاس للمخنف $ص = ص - ص - 3 + 1$ عند نقطة (١٢١) الواقعة عليه

الحل

(i) نقطة التماس: (١٢١)

(ii) المخنف: $ص = ص - ص - 3 + 1$

(iii) ميل المحاس: $\frac{ص}{ص} = 3 - 1 = 2$ بالمقول $ص = 1$

$$3 = 2 - 1 = 2$$

ترتيب ٢ أوجد قياس الزاوية التي يصنعها المحاس للمخنف $ص = ص - ص - 3 + 3$ مع الاتجاه الموجب لمحور السينات عند النقطة (٣٢١) الواقعة عليه

الحل

(i) نقطة التماس: (٣٢١)

(ii) المخنف: $ص = ص - ص - 3 + 3$

(iii) ميل المحاس: $\frac{ص}{ص} = 3 - 3 = 0$ عند $ص = 1$

$$3 = 0 - 3 = 3$$

$$\therefore 3 = 0 \quad \because 1 = 0 \quad \therefore 0 = 90^\circ$$

ترتيب ٣ أوجد مصادلة المحاس والعمود للمخنف $ص = ص - ص - 3 + 3$ عند النقطة الواقعة على المخنف والتي إحداثيتها السينية ٢

الحل

(i) نقطة التماس: $ص = 2$ فوجد $ص = 3 + 2 \times 2 - 8 \times 2 = 3$ (٣٢٢)

(ii) المخنف: $ص = ص - ص - 3 + 3$

(iii) ميل المحاس: $\frac{ص}{ص} = 3 - 8 = 5$ عند $ص = 2$

$$3 = 5 \times 2 - 8 \times 2 = 8$$

∴ معادلة المحس:

$$8 = \frac{3-x}{2-x}$$

$$ص - 8 = 3 + 13 = 0$$

معادلة المحور:

$$\frac{1}{8} = \frac{3-x}{2-x}$$

$$∴ 8ص - 1 = 3 - 2ص - 16 = 0$$

تدريب ٤ أوجد معادلة المحور لمخني الدالة $ص = 3 - 2ص + 1$ عند كل نقطة من نقاط تقاطعه مع محور السينات

الحل

(i) نقطة التماس : لا يمارن نقطة تقاطع المخني مع محور السينات نضع $ص = 0$

$$∴ 3 - 2ص + 1 = 0$$

$$∴ 3 - 2ص = 1 ∴ ص = 1$$

$$3 - 2ص = 0 ∴ ص = 1.5$$

(ii) المحفني : $ص = 3 - 2ص + 1$

(iii) ميل المحس : $\frac{ص}{2ص} = 2 + 1$

عند النقطة (-1.5) عند النقطة (1.5)

$$2 - 1 = 1$$

$$1.5 = 1.5$$

$$\frac{1}{2} = \frac{0 - 1}{3 + 1}$$

$$∴ معادلة المحور : $\frac{1}{2} = \frac{0 - 1}{3 + 1}$$$

$$∴ 2ص - 1 = 3 - 2ص - 16 = 0$$

$$∴ 2ص - 1 = 3 - 2ص - 16 = 0$$

تدريب ٥ أوجد النقطة الواقعة على المخني $ص = 3 - 2ص + 1$ والتي ميل المحس للمخني عندها يساوي ٥

الحل

(i) المحفني : $ص = 3 - 2ص + 1$

(ii) ميل المحس : $\frac{ص}{2ص} = 5 - 1$

(iii) الشرط : $\frac{ص}{2ص} = 5 - 1$

بالمقوف : $∴ ص = 1 ∴$ النقطة (1.5)

تدريب ٦ أوجد النقطة الواقعة على المخطئ $ص = ص - ٣ - ٢ - ٥$ والتي عندها المحاس للمخطئ يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها $\frac{\pi}{4}$

الحل

(i) المخطئ : $ص = ص - ٣ - ٢ - ٥$

(ii) ميل المحاس : $\frac{ص}{ص} = ٣ - ٢ - ٥$

(iii) الشرط : $\frac{ص}{ص} = \tan 45^\circ = ١$

$\therefore ٣ - ٢ - ٥ = ١$

$\therefore ١ = ١$ $\therefore ١ = ٥ + ٢ - ٣ = ٤$ \therefore النقطة $(٤, ١)$

$\therefore ١ = ١$ $\therefore ١ = ٥ + ٢ + ١ = ٨$ \therefore النقطة $(٨, ١)$

تدريب ٦ أوجد النقطة الواقعة على المخطئ $ص = ص - ٣ - ٩ - ٢ + ٤ - ١٥$ والتي يكون المحاس عندها موازيا لمحور السينات

الحل

(i) المخطئ : $ص = ص - ٣ - ٩ - ٢ + ٤ - ١٥$

(ii) ميل المحاس : $\frac{ص}{ص} = ٣ - ٩ - ٢ + ٤ - ١٥$

(iii) الشرط : المحاس // محور السينات $\therefore \frac{ص}{ص} = ٠$

$\therefore ٣ - ٩ - ٢ + ٤ - ١٥ = ٠$

$\therefore ٢ = ٢$ $\therefore ٢ = ١٥ - ٤ + ٩ - ٣ = ٧$

$\therefore ٢ = ٢$ $\therefore ٢ = ١٥ - ٩ + ٢ - ٣ = ٥$

\therefore النقطة هي : $(٥, ٢)$ $(٧, ٢)$

تدريب ٧ أوجد قيمة P التي تجعل المقيم $ص = ٤ - ٢ + P$ محاس للمخطئ $ص = ٥ + ٢$

الحل

(i) المخطئ : $ص = ٥ + ٢$

(ii) ميل المحاس : $\frac{ص}{ص} = ٤ - ٢$

(iii) الشرط : المتقيم \neq المحسن \therefore ميل المتقيم = ميل المحسن

$$2 = 0 = 0 \Rightarrow 0 = 0$$

$$9 = 0 + 2 = 2 \Rightarrow$$

$$p + 2 = 0$$

$$1 = p \Rightarrow p + 2 \times 2 = 9$$

تدريب ٨

١) ميل المحاس للمحس الدالة $=$ حاس حاس ياون

$$\text{حاس حاس} - \text{حاس حاس}$$

$$\text{حاس حاس} - \text{حاس حاس}$$

$$\text{حاس حاس} + \text{حاس حاس}$$

$$\text{حاس حاس} - \text{حاس حاس}$$

٢) ميل المحاس للمحس الدالة $=$ $(0 - 3)$ عند $0 = 0$ ياون

$$10 \quad \text{ع}$$

$$0 \quad \text{ع}$$

$$\frac{1}{10} \quad \text{ع}$$

$$1 \quad \text{ع}$$

٣) إذا كانت معادلة العمود للمحس $=$ داس عند النقطة $(0 - 1)$ هي

$$0 - 1 = 0 \quad \text{فإنه } 0 = 0$$

$$1 - 1 \quad \text{ع}$$

$$1 \quad \text{ع}$$

$$0 - 1 \quad \text{ع}$$

$$0 \quad \text{ع}$$

٤) إذا كان المتقيم $=$ $0 = 0$ ميل المحس الدالة داس $=$ $0 - 3 + p$

$$= p$$

$$2 \quad \text{ع}$$

$$3 \quad \text{ع}$$

$$0 \quad \text{ع}$$

$$1 \quad \text{ع}$$

٥) إذا كان المحاس للمحس $=$ $0 - 3 + p$ يصنع مع الاتجاه الموجبلحوارات زاوية منفرجة فإنه $0 >$

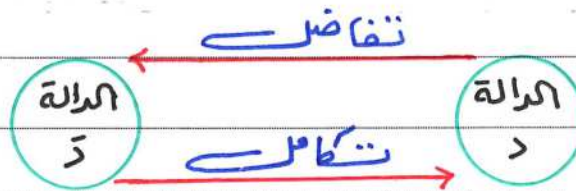
$$[0, 2] \quad \text{ع}$$

$$[0, 2] \quad \text{ع}$$

$$[0, 2] \quad \text{ع}$$

$$[0, 2] \quad \text{ع}$$

التكامل



قاعدة $\int \frac{1}{1+x} dx = \ln|1+x| + C$ حيث C ثابتة التكامل $C \neq 1$

تدريب ١

- $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$
- $\int \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{x} + C$
- $\int \frac{1}{x^3} dx = -\frac{1}{2x^2} + C$
- $\int \frac{1}{x^4} dx = -\frac{1}{3x^3} + C$

خواص التكامل إذا كانت f دالة قابلة للتكامل على فترة $[a, b]$ فإن:

- $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$ حيث F ثابتة \neq صفر
- $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$ حيث F ثابتة \neq صفر
- $\int_a^b [f(x) \pm g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx \pm \int_a^b g(x) dx$

تدريب ٢

- $\int_0^1 x dx = \frac{1}{2}x^2 \Big|_0^1 = \frac{1}{2}$
- $\int_0^1 \pi dx = \pi x \Big|_0^1 = \pi$
- $\int_0^1 x^2 dx = \frac{1}{3}x^3 \Big|_0^1 = \frac{1}{3}$

تدريب ٣

$$1 \quad \left\{ \begin{aligned} \frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} &= \frac{1}{n(n+1)(n+2)} \\ \frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} &= \end{aligned} \right.$$

$$2 \quad \left\{ \begin{aligned} \frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} - \frac{1}{n+3} &= \frac{1}{n(n+1)(n+2)(n+3)} \\ \frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} - \frac{1}{n+3} &= \end{aligned} \right.$$

$$\frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} - \frac{1}{n+3} =$$

$$3 \quad \left\{ \begin{aligned} \frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} - \frac{1}{n+3} &= \frac{1}{n(n+1)(n+2)(n+3)} \\ \frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} - \frac{1}{n+3} &= \end{aligned} \right.$$

$$\frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} - \frac{1}{n+3} =$$

$$\frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} - \frac{1}{n+3} =$$

$$4 \quad \left\{ \begin{aligned} \frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} - \frac{1}{n+3} &= \frac{1}{n(n+1)(n+2)(n+3)} \\ \frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} - \frac{1}{n+3} &= \end{aligned} \right.$$

$$\frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} - \frac{1}{n+3} =$$

تدريب ٤

$$1 \quad \left\{ \begin{aligned} \frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} &= \frac{1}{n(n+1)(n+2)} \\ \frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} &= \end{aligned} \right.$$

$$\frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} =$$

$$\frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} =$$

$$2 \quad \left\{ \begin{aligned} \frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} &= \frac{1}{n(n+1)(n+2)} \\ \frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} &= \end{aligned} \right.$$

$$\frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} =$$

$$\frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} =$$

$$3 \quad \{ (x+5)(x+3) \}$$

$$\begin{aligned} &= \{ (x^2 + 3x + 5x + 15) \} \\ &= \{ x^2 + 8x + 15 \} \\ &= x^2 + 8x + 15 \end{aligned}$$

$$4 \quad \{ x^2 \left(\frac{1}{x} + x \right) \}$$

$$\begin{aligned} &= \{ x^2 \left(\frac{1}{x} + x \right) \} \\ &= \{ x^2 \left(\frac{1}{x} + x \right) \} \\ &= \{ x + x^3 \} \\ &= x + x^3 \end{aligned}$$

ترتيب
5

$$1 \quad \{ x^3 - 2x^2 - 3x + 2 \}$$

$$\begin{aligned} &= x^3 - 2x^2 - 3x + 2 \\ &= x^3 - 2x^2 - 3x + 2 \end{aligned}$$

$$2 \quad \{ x^2 - 5x + 6 \}$$

$$\begin{aligned} &= x^2 - 5x + 6 \\ &= x^2 - 5x + 6 \end{aligned}$$

$$3 \quad \{ (x+4)(x-4) \}$$

$$\begin{aligned} &= x^2 - 16 \\ &= x^2 - 16 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= x^2 - 16 \\ &= x^2 - 16 \\ &= x^2 - 16 \end{aligned}$$

$$C + \frac{(9 + 5x^2 + 5x)(2 - x)}{(3 - x)} = \frac{97 - 3x}{2 - x} \quad \text{٤}$$

$$\begin{aligned} C + \frac{(9 + 5x^2 + 5x)(2 - x)}{(3 - x)} &= \\ 9 + \frac{5x^2}{3} + \frac{5x}{3} &= \\ C + 9 + 5x - \frac{3}{x} + \frac{5}{3} &= \end{aligned}$$

$$C + \frac{1+N(x+5P)}{1+N} \times \frac{1}{P} = x^N(x+5P) \quad \text{قاعدة}$$

حيث N ثابت $N \neq 1$

$$C + \frac{(5 + 5x)(1)}{1 \times 1} = x^1(5 + 5x) \quad \text{١} \quad \text{ترتيب ٦}$$

$$C + (5 + 5x) \frac{1}{1} =$$

$$C + \frac{(5x - 7)(1)}{1 - 7} = x^1(5x - 7) \quad \text{٢}$$

$$C + (5x - 7) \frac{1}{-6} =$$

$$C + \frac{(5 + 5x^3)(5)}{5(1 + 5x^3)} = x^3(5 + 5x^3) \quad \text{٣}$$

$$C + \frac{(5 + 5x^3)(5)}{5 \times 5} =$$

$$C + (5 + 5x^3) \frac{5}{1} =$$



دائما في العاللي
٠١٢٢٨٤٨٤٥٦٧
٠١١١١٩٥٤٨٠٠

$$\{ \sqrt[3]{s} (v + uc) \} = \sqrt[3]{s} \sqrt[3]{v + uc} \quad (4)$$

$$u + \frac{\frac{3}{c}(v + uc)}{\frac{3}{c} \times c} =$$

$$u + \frac{3}{c}(v + uc) \frac{1}{3} =$$

$$\{ \sqrt[3]{s} \} + \{ \sqrt[3]{s} (0 - uc) \} = \sqrt[3]{s} [1 + (0 - uc)] \quad (5)$$

$$u + \sqrt[3]{s} + \frac{0(0 - uc)}{c \times 0} =$$

$$u + \sqrt[3]{s} + (0 - uc) \frac{1}{1} =$$

ترتيب

$$\{ \sqrt[3]{s} (1 - uc) \} \quad (1)$$

$$u + \sqrt[3]{s} - uc \quad (2) \quad u + \sqrt[3]{s} - uc \quad (3) \quad u + \sqrt[3]{s} - uc \quad (4) \quad u + \sqrt[3]{s} - uc \quad (5)$$

$$\{ \sqrt[3]{s} (1 - uc) (1 + uc) \} \quad (6)$$

$$u + \sqrt[3]{s} - uc \quad (2) \quad u + \sqrt[3]{s} - uc \quad (3) \quad u + \sqrt[3]{s} - uc \quad (4) \quad u + \sqrt[3]{s} - uc \quad (5)$$

$$\{ \sqrt[3]{s} \frac{1 + uc}{1 - uc} \} \quad (7)$$

$$u + \sqrt[3]{s} - uc \quad (2) \quad u + \sqrt[3]{s} - uc \quad (3) \quad u + \sqrt[3]{s} - uc \quad (4) \quad u + \sqrt[3]{s} - uc \quad (5)$$

$$\{ \sqrt[3]{s} \frac{1 + uc}{1 - uc} = \sqrt[3]{s} \frac{1 + uc}{1 - uc} \quad (8)$$

$$u + \sqrt[3]{s} - uc \quad (2) \quad u + \sqrt[3]{s} - uc \quad (3) \quad u + \sqrt[3]{s} - uc \quad (4) \quad u + \sqrt[3]{s} - uc \quad (5)$$

الإحتمالات

التجربة العشوائية

هي تجربة معروف نتائجها الممكنة قبل إجرائها وللفنالا نتطيع تحديد أى النواتج سيحققه عند إجرائها .

فضاء العينة

هو مجموعة كل النواتج الممكنة الحدوث لتجربة عشوائية ما
* يرمز لفضاء العينة بالرمز "ف" ويرمز لعدد عناصره n (ف)
* يمثل فضاء العينة بالشجرة البيانية أو الشبكة البيانية

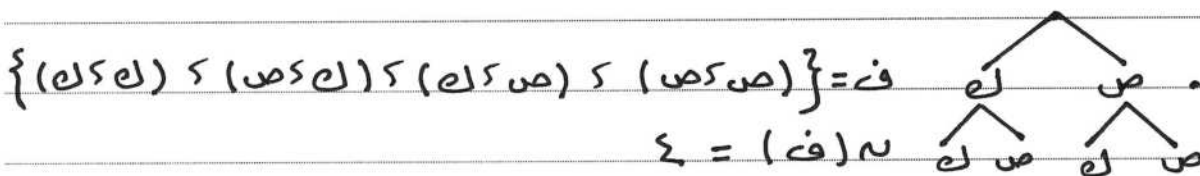
ملاحظات

ترتيب

أ) ألق فضاء العينة لتجربة إلقاء حجر نرد مرة واحدة ؟

$$\text{ف} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \quad n = 6 \text{ (ف)}$$

ب) ألق فضاء العينة لتجربة إلقاء قطعة نقود مرتين متتاليتين ؟



الأحداث

الحادث

هو مجموعة جزئية من فضاء العينة

أنواع الحدث

أ) الحدث المؤكّد (ف) : هو حدث لا بد أن يقع عند إجراء التجربة العشوائية

١ الحدث الطاقيل : هو الحدث الذي لا يمكن أن يقع عند إجراء التجربة العشوائية

٢ الحدث البسيط : هو مجموعة جزئية من فضاء العينة تحتوي على عنصر واحد فقط .

٣ ترتيب في تجربة إلقاء حجر نرد مرة واحدة وملاحظة الوجه . آتت النتائج التالية

- ١ : P : حدث وقوع عدد فردي
٢ : H : حدث ظهور عدد أولي
٣ : C : حدث وقوع عدد زوجي
٤ : K : حدث ظهور عدد أكبر من ٧
٥ : W : حدث ظهور عدد بين ٥ و ٣
٦ : O : حدث ظهور عدد أقل من ٧

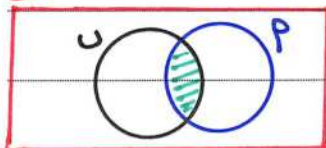
الكل

فضاء العينة $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

١ : $P = \{1, 3, 5\}$
٢ : $H = \{2, 3, 4, 6\}$
٣ : $C = \{2, 4, 6\}$
٤ : $K = \{6\}$
٥ : $W = \{4, 5\}$
٦ : $O = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

العمليات على الأحداث

فن

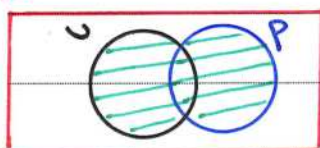


حدث وقوع P و C $P \cap C$

حدث وقوع P و C $P \cap C$

التقاطع $P \cap C$

فن

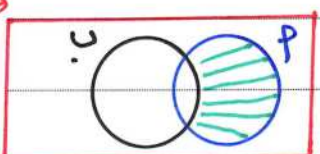


حدث وقوع P أو C $P \cup C$

حدث وقوع أصغر على الأقل

الاتحاد $P \cup C$

فن



حدث وقوع P فقط P^c

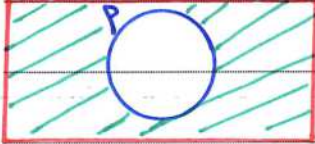
حدث وقوع P و C و P^c

الضرب $(P - C)$

ف

حدث عدم وقوع P

الحدث المتمم \bar{P}



تدريب ٣

منزله به بطاقات مرقمة من ١ إلى ٧ كتبت بطاقة واحدة عشوائياً ولوخط الرقم عليها ألتفت فضاء العينة ثم أوجد الأحداث التالية:-

- ١ حدث الوصول على عدد فردي ٢ حدث الوصول على عدد أولي
- ٣ حدث وقوع P مع K معاً ٤ حدث وقوع P أو K
- ٥ حدث وقوع P فقط ٦ حدث عدم وقوع P

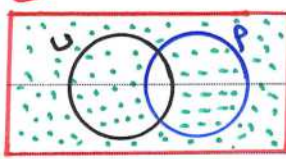
الحل

ف = $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

- ١ $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} = P$
- ٢ $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} = U \cup P$
- ٣ $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} = U \cap P$
- ٤ $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} = \bar{P}$
- ٥ $\{1\} = P - \bar{P}$

ملاحظات

ف

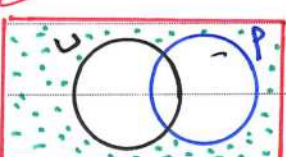


حدث عدم وقوع P و K معاً
حدث وقوع أحدهما على الأثر

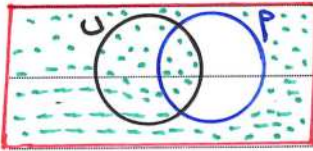
$$\bar{P \cup K} = (\bar{P} \cap \bar{K})$$

حدث عدم وقوع أي من الحدثين
حدث عدم وقوع P وعدم وقوع K

$$\bar{P} \cap \bar{K} = \overline{P \cup K}$$



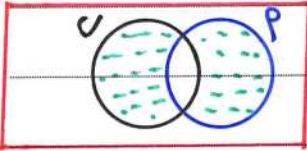
ف



حدث عدم وقوع P فقط

حدث وقوع U أو عدم وقوع P

$$\bar{P} \cup P = (U - P) \quad (3)$$



حدث وقوع أحد الحدثين فقط

حدث وقوع P فقط أو U فقط

$$(P - U) \cup (U - P) \\ (U \cap P) - (U \cup P) = \quad (4)$$

يقال أنه الحدثين P و U متنافيين إذا وفقط إذا كان: $\Phi = U \cap P$ (5)

$$\Phi = \bar{P} \cap P \quad \text{و} \quad \bar{P} \cup P = \Phi \quad (6)$$

$$\bar{P} \cap P = (U - P) \quad \text{حدث وقوع } P \text{ و عدم وقوع } U \quad (7)$$

إذا كان $U \supset P$ فإنه: (8)

$$\Phi = U - P \quad P = U \cap P \quad U = U \cup P$$

ترتيب

ألقية قطعة نقود ثم جرد ولو خط الوجه العلوي لقطعة النقود والحد الظاهر على الوجه العلوي لجر الزر مثل فضاء العينة بكل تجرى ثم أوجر الأضداد الآتية:

1 حدث ظهور آتاية وعدم زوم P

2 حدث ظهور صورة وعدم فرد U

3 حدث وقوع الحدث P و وقوع الحدث U

4 حدث وقوع الحدث P فقط

5 حدث عدم وقوع P أو عدم وقوع U

حساب الاحتمال

مثال قهيري

في تجربة إلقاء حجر نرد مرة واحدة وملاحظة الوجه العلوي.
أكتب فضاء لعينة، ثم أوجد الأعداد التالية:-

١. عدد وقوع عدد زوجي $n(P) = 3$ عدد وقوع عدد يقصر بين ٢، ٣، ٦

٢. عدد وقوع عدد أكبر من ٧ $n(S) = 1$ عدد وقوع عدد أقل من ٧

الحل

ون = {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦}

∴ $n(F) = 6$ عدد العناصر

١. $n(P) = 3$ {٢، ٤، ٦}

عدد عناصر الحدث P

حساب احتمال وقوع الحدث P $\frac{n(P)}{n(F)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

٢. $n(S) = 1$ {٨}

عدد عناصر الحدث S

حساب احتمال وقوع الحدث S $\frac{n(S)}{n(F)} = \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$

٣. $n(\emptyset) = 0$

عدد عناصر الحدث ∅

حساب احتمال وقوع الحدث ∅ $\frac{n(\emptyset)}{n(F)} = \frac{0}{6} = 0$

٤. $n(S) = 1$ {١}

عدد عناصر الحدث S

حساب احتمال وقوع الحدث S $\frac{n(S)}{n(F)} = \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$

* **حساب الاحتمال** إذا كان في فضاء لعينة لتجربة ما، واحة ما، فإن احتمال وقوع أي حدث P في هو:-

$$P = \frac{n(P)}{n(F)} = \frac{\text{عدد عناصر P}}{\text{عدد عناصر F}}$$

مسلّمات الاحتمال

١ إذا كان $P \supset Q$ فإنه يوجد عدد حقيقي يسمى احتمال وقوع A ويكون: صفر $\leq P(A) \leq 1$ أي أن $0 \leq P(A) \leq 1$

٢ $P(\emptyset) = 0$ أي أن احتمال وقوع A الطّوّل = 0

٣ $P(\Omega) = 1$ أي أن احتمال وقوع A الحاصل = صفر

٤ إذا كان P و Q حدثين متضافين صنف فإن:
 $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ و $P(A \cap B) = 0$

قوانين الاحتمالات

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \quad (1)$$

(i) احتمال وقوع P و Q (ii) احتمال وقوع P و Q معاً

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \quad (2)$$

(i) احتمال وقوع P أو Q (ii) احتمال وقوع A و B معاً

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) \quad (3)$$

(i) احتمال وقوع P و Q و R فقط (ii) احتمال وقوع P فقط

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) \quad (4)$$

$$(S \cap P)' = (S \cap P)' = (S' \cup P') \quad (5)$$

(i) احتمال عدم وقوع الحدثين معاً (ii) احتمال وقوع أحدهما على الأكثر

$$(S \cup P)' = (S \cup P)' = (S' \cap P') \quad (6)$$

(i) احتمال عدم وقوع أى من الحدثين (ii) احتمال عدم وقوع P وعدم وقوع S

إذا كان $S \supset P$ فإنه :

$$P \cap S = P$$

$$S \cup P = S$$

إذا كان $S \cap P = \emptyset$ فإنه : $P \cap S = \emptyset$

ترتيب إذا كان P و S حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية ف حيث :

$$P \cap S = \emptyset \quad S \cup P = S \quad P \cap S = \emptyset \quad S \cup P = S$$

$$(S \cup P)' = (S \cup P)' = (S' \cap P') \quad (1) \quad (2) \quad (3) \quad (4) \quad (5) \quad (6)$$

الحل

لاحظ عنصر الحاشي يجب يكون موجود : $P \cap S = \emptyset$ $S \cup P = S$ $P \cap S = \emptyset$ $S \cup P = S$
لأنهم الأساس في أى خطوة أخرى

$\frac{2}{8}$	$P \cap S$
$\frac{3}{8}$	$S \cup P$
$\frac{1}{8}$	$P \cap S'$
$\frac{7}{8}$	$S \cup P'$

$$(S \cup P)' = (S \cup P)' = (S' \cap P') \quad (1)$$

$$\frac{5}{8} = \frac{1}{8} - \frac{3}{8} + \frac{2}{8} =$$

$$(S \cap P)' = (S \cap P)' = (S' \cup P') \quad (2)$$

$$\frac{1}{8} = \frac{1}{8} - \frac{3}{8} =$$

$$\frac{5}{8} = \frac{3}{8} - 1 = (P)' = (P)' \quad (3)$$

$$(C \cup P) \setminus I = \overline{(C \cup P)} \setminus I = (\bar{C} \cap \bar{P}) \setminus I \quad (4)$$

$$\frac{1}{8} = \frac{N}{8} - 1 =$$

ترتيب ٢ إذا كان P و C حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية ف
وكانه $(P) \setminus I = \frac{5}{8}$ و $(C) \setminus I = \frac{1}{4}$ و $(C - P) \setminus I = \frac{3}{8}$ ، إحصاء:-
① $(\bar{C} \cap \bar{P}) \setminus I$ ② $(C \cup \bar{P}) \setminus I$

الحل

لا حظ أن:	$(P) \setminus I$	$(C) \setminus I$	$(C \cap P) \setminus I$	$(C \cup P) \setminus I$
	$\frac{5}{8}$	$\frac{1}{4}$?? $\frac{1}{4}$?? $\frac{N}{8}$

$$(i) \quad \frac{3}{8} = (C - P) \setminus I$$

$$\therefore \frac{3}{8} = (C \cap P) \setminus I - (P) \setminus I$$

$$\therefore \frac{3}{8} = (C \cap P) \setminus I - \frac{5}{8} \Rightarrow \frac{3}{8} + \frac{5}{8} = (C \cap P) \setminus I \Rightarrow \frac{1}{2} = (C \cap P) \setminus I$$

$$(ii) \quad (C \cap P) \setminus I - (C) \setminus I + (P) \setminus I = (C \cup P) \setminus I$$

$$\frac{N}{8} = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{5}{8} =$$

$$\therefore \frac{1}{8} = \frac{N}{8} - 1 = (C \cup P) \setminus I - 1 = \overline{(C \cup P)} \setminus I = (\bar{C} \cap \bar{P}) \setminus I \quad (1)$$

$$(C \cap \bar{P}) \setminus I - (C) \setminus I + (\bar{P}) \setminus I = (C \cup \bar{P}) \setminus I \quad (2)$$

$$(P - C) \setminus I - (C) \setminus I + (P) \setminus I - 1 =$$

$$(C \cap P) \setminus I + (C) \setminus I - (C) \setminus I + (P) \setminus I - 1 =$$

$$\frac{1}{2} + \frac{5}{8} - 1 =$$

$$\therefore \frac{5}{8} = (C \cup \bar{P}) \setminus I$$

تدريب ٣ إذا كان P حدثين متنافيين في فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان
 $P(A) = 0.3$ و $P(B) = 0.4$ و $P(A \cup B) = 0.7$ أوجد $P(A \cap B)$:

١ إذا كان P حدثين متنافيين ٢ إذا كان $P \supset B$

الحل

لاحظ أنه: المألة هنا مشروطة [لها شروط] لذلك يجب أنه نأخذ
 شروط المألة وكل صواب المطلوب والمعلوم

نفرض: $P(A) = 0.3$ $\therefore P(A) = 0.3$

١ الشرط: $P \supset B$ حدثين متنافيين

$$\therefore P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$\therefore 0.7 = 0.3 + P(B)$$

$$0.7 = 0.3 + P(B) \Rightarrow P(B) = 0.4$$

$$\therefore P(A) = 0.3 \quad P(B) = 0.4$$

٢ الشرط: $P \supset B$

$$\therefore P(A \cup B) = P(A)$$

$$\therefore 0.7 = 0.3 \Rightarrow P(B) = 0.4$$

$$\therefore P(A) = 0.3 \quad P(B) = 0.4$$

تدريب ٤ إذا كان P حدثين متنافيين في فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان

احتمال وقوع الحدث $P = 0.5$ و احتمال وقوع الحدث $B = 0.7$

و احتمال عدم وقوع الحدثين معاً $A = 0.8$ أوجد:

١ احتمال وقوع الحدث P والحدث B معاً

٢ احتمال وقوع أحد الحدثين على الأقل

٣ احتمال وقوع الحدث B وعدم وقوع الحدث P

المعطيات :- احتمال وقوع الحدث P

$$P = 0.5$$

احتمال وقوع الحدث S

$$S = 0.6$$

احتمال عدم وقوع الحدثين معاً

$$P(S \cap P) = 0.8$$

$$\therefore P(S \cap P) = 0.8$$

$$\therefore 1 - P(S \cap P) = 0.8 \Rightarrow 1 - P(S \cap P) = 0.2$$

$$P(S \cup P) = P(S) + P(P) - P(S \cap P)$$

$$= 0.5 + 0.6 - 0.8 = 0.3$$

١ احتمال وقوع الحدث P والحدث S معاً

$$P(S \cap P) = 0.8$$

٢ احتمال وقوع أحدهما الحدثين على الأقل

$$P(S \cup P) = 0.3$$

٣ احتمال وقوع الحدث S وعدم وقوع الحدث P

$$P(S - P) = P(S) - P(S \cap P)$$

$$= 0.6 - 0.8 = -0.2$$

ترتيب فصل دراسي به ٣٠ طالباً منهم ١٨ يدرسون الاحصاء ١٠٢ يدرسون

الكمبيوتر ٢٢ يدرسون إحدى المادتين على الأقل أختير طالباً عشوائياً

إحتمال أنه يتوجه الطالب المختار :-

١ ممن يدرسون الكمبيوتر والاحصاء

٢ لا يدرسون الكمبيوتر

٣ لا يدرسون أي من المادتين

الحل

نفرض دارس الكمبيوتر = P

S دارس الاحصاء

٢٢ يدرسون إحدى المادتين على الأقل

$$\therefore P(S \cup P) = \frac{22}{30}$$

$$\therefore P(P) = \frac{10}{30}$$

$$\therefore P(S) = \frac{18}{30}$$

$$P(S \cap P) = P(S) + P(P) - P(S \cup P)$$

$$\therefore (A \cap B) = \frac{1}{3} + \frac{18}{30} - \frac{29}{30} = \frac{1}{3} = \frac{10}{30}$$

$$(A - B) = (A \cap B) - (B \cap A) = \frac{1}{3} - \frac{1}{3} = \frac{0}{3} = \frac{0}{30}$$

$$(A^c) = 1 - (A) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} = \frac{20}{30}$$

$$(A \cap B^c) = (A \cap B) - (B \cap A) = \frac{1}{3} - \frac{1}{3} = \frac{0}{3} = \frac{0}{30}$$

$$= \frac{0}{30} = \frac{0}{30} = \frac{0}{30} - 1 =$$

تمرين يصوب جندي في وقت واحد نحو هدف ما فإذا كان احتمال أنه يصيب الجنب الأول الهدف هو 0.5 واحتمال أنه يصيب الجنب الثاني الهدف هو 0.3 واحتمال أنه يصيب الجنب الثاني الهدف معاً هو 0.3. اكتب احتماله :

- 1) أنه يصيب الجنب الأول الهدف فقط
- 2) أنه يصيب أحدهما الهدف على الأقل

الحل



دائماً في العالين
٠١٢٢٨٤٨٤٥٦٧
٠١١١١٩٥٤٨٠٠

تدريب
٧

١ احتمال الحدث المؤكد =

☐ \emptyset ☐ ١ ☐ ٠ ☐ ١

٢ إذا كان: $P(A) = 0.3$ ، $P(B) = 0.5$ ، $P(A \cap B) = 0.1$ ، فاحتمال $P(\bar{A} \cap \bar{B})$ =

☐ ٠.٧ ☐ ٠.٤ ☐ ٠.٣ ☐ ٠.١

٣ إذا كان: $P(A \cap B) = \emptyset$ ، $P(A) = 0.7$ ، $P(B) = 0.4$ ، فاحتمال $P(A \cup B)$ =

☐ ٠.٨ ☐ ٠.٣ ☐ ١ ☐ ٠.٩

٤ إذا كان $P(A \cap B)$ حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية $P \supset A$ ، فاحتمال $P(A \cup B)$ =

☐ $P(A)$ ☐ $P(A) + P(B)$ ☐ $P(A \cap B)$ ☐ $P(A \cup B)$

٥ إذا كان $P \supset A$ حدثين من فضاء نواتج لتجربة عشوائية ما هي:

$P(A) = 0.3$ ، $P(B) = 0.8$ ، $P(A \cap B) = 0.2$ ، فاحتمال: $P(A \cup B) + P(\bar{A})$ =

☐ ٠.٧ ☐ ٠.٩ ☐ ١.٦ ☐ ١

٦ إذا كان $P = \{A \cap B\}$ فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان:

$P(A) = \frac{1}{3}$ ، $P(B) = \frac{2}{5}$ ، فاحتمال $P(A \cap B)$ =

☐ $\frac{2}{15}$ ☐ $\frac{9}{15}$ ☐ $\frac{1}{15}$ ☐ $\frac{11}{15}$

٧ إذا كان $P \supset A$ حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان $P \supset A$

وكان $P(A) = 0.9$ ، $P(B) = 0.7$ ، فاحتمال: $P(A - B)$ =

☐ ٠.٦ ☐ ٠.٣ ☐ ٠.٤ ☐ ٠.٢